# SYSTÈMES D’ÉQUATIONS ET DROITES

 **Tout le cours en vidéo :** [**https://youtu.be/sWaHnxqUve0**](https://youtu.be/sWaHnxqUve0)

Exemple d’introduction :

Soit deux équations à deux inconnues $x$ et $y$ :

$2x-y=0$ et $3x-4y=-5$.

Elles forment ce qu’on appelle un **système** de deux équations à deux inconnues.

Et on note : $\left\{\begin{array}{c}2x-y=0 \\3x-4y=-5 \end{array}\right.$

Un couple de nombres qui vérifie les deux équations est appelé solution du système.

Ici, le coupe (1 ; $2$) est solution. En effet :

$$\left\{\begin{array}{c}2×1-2=0 \\3×1-4×2=-5 \end{array}\right.$$

Dans ce chapitre, on verra deux méthodes permettant de résoudre de tels systèmes.

**Partie 1 : Méthode de substitution**

Méthode : Résoudre un système d’équations par la méthode de substitution

 **Vidéo** [**https://youtu.be/24VsDZK6bN0**](https://youtu.be/24VsDZK6bN0)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/tzOCBkFZgUI**](https://youtu.be/tzOCBkFZgUI)

Résoudre le système d’équations par la méthode de substitution :$ \left\{\begin{array}{c}3x+2y=0\\x-4y=14\end{array}\right.$

**Correction :**

$$\left\{\begin{array}{c}3x+2y=0\\x-4y=14\end{array}\right.$$

On résout la 1re équation pour trouver *y*.

$\left\{\begin{array}{c}3x+2y=0 \\x=14+4y \end{array}\right.$ On isole facilement l’inconnue $x$ dans la 2e équation.

$\left\{\begin{array}{c}3\left(14+4y\right)+2y=0 \\x=14+4y \end{array}\right.$ On remplace $x$ par $14+4y$ dans la 1re équation (substitution).

$$\left\{\begin{array}{c}42+12y+2y=0 \\x=14+4y \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{c}14y=-42 \\x=14+4y \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{c}y=-\frac{42}{14}=-3 \\x=14+4y \end{array}\right.$$

$\left\{\begin{array}{c}y=-3 \\x=14+4×(-3)\end{array}\right.$ On remplace $y$ par $-3$ dans la 2e équation.

$$\left\{\begin{array}{c}y=-3 \\x=2 \end{array}\right.$$

La solution du système est le couple $(2 ;-3)$ et on note : $S=\{(2 ;-3)\}$

**Partie 2 : Méthode des combinaisons linéaires**

Méthode : Résoudre un système d’équations par la méthode des combinaisons linéaires

 **Vidéo** [**https://youtu.be/Zw-qI9DFv54**](https://youtu.be/Zw-qI9DFv54)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/UPIz65G4f48**](https://youtu.be/UPIz65G4f48)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/V3yn\_oEdgxc**](https://youtu.be/V3yn_oEdgxc)

Résoudre les systèmes d’équations par la méthode des combinaisons linéaires :  a)$\left\{\begin{array}{c}3x-2y=11\\6x+3y=15\end{array}\right.$b)$\left\{\begin{array}{c}3x-2y=7 \\5x+3y=-1\end{array}\right.$

**Correction**

Remarque : Ici, la méthode de substitution ne se prête pas à la résolution du système car en isolant une inconnue, on ferait apparaitre des fractions. Ce qui complique les calculs.

a) ● $\left\{\begin{array}{c}3x-2y=11\\6x+3y=15\end{array}\right.$

$×2$ On multiplie la 1re équation par 2…

$ \left\{\begin{array}{c}3x-2y=11\\6x+3y=15\end{array}\right.$

$ \left\{\begin{array}{c}6x-4y=22\\6x+3y=15\end{array}\right.$ … pour obtenir le même coefficient devant une des inconnues.

●

On soustrait les deux équations pour éliminer $x$.

$$\frac{ \begin{matrix} \\-\end{matrix}\left\{\begin{array}{c}6x-4y=22 \\6x+3y=15 \end{array}\right.}{6x-6x-4y-3y=22-15} $$

 $-4y-3y=22-15$

$$ -7y=7$$

$$ y=\frac{7}{-7}$$

$$ y=-1$$

● $3x-2y=11 $On remplace $y$ par $-1$ dans une des deux équations (au choix).

$$ 3x-2×(-1)=11 $$

$ 3x+2=11$ On résout l’équation pour trouver $x$.

$$ 3x=11-2$$

$$ 3x=9$$

$$ x=3$$

La solution du système est le couple $(3 ;-1)$ et on note : $S=\{(3 ; -1)\}$

b) ●$\left\{\begin{array}{c}3x-2y=7 \\5x+3y=-1 \end{array}\right.$

On multiplie la 1re équation par 5,

et la 2e équation par 3…

$$ \left\{\begin{array}{c}3x-2y=7 ×5 \\5x+3y=-1 ×3 \end{array}\right.$$

$ \left\{\begin{array}{c}15x-10y=35\\15x+9y=-3 \end{array}\right.$ … pour obtenir le même coefficient devant une des inconnues.

●

On soustraie les deux équations pour éliminer $x$.

$$\frac{ \begin{matrix} \\-\end{matrix}\left\{\begin{array}{c}15x-10y=35 \\ 15x+9y=-3\end{array}\right.}{15x-15x-10y-9y=35+3}$$

$ -10y-9y=35+3$

 $-19y=38$

$$ y=\frac{38}{-19}$$

 $y=-2$

● $3x-2y=7$ On remplace $y$ par $-2$ dans une des deux équations (au choix).

$$ 3x-2×\left(-2\right)=7$$

$$ 3x+4=7$$

$$ 3x=7-4$$

$$ 3x=3$$

$$ x=1$$

La solution du système est le couple $(1 ;-2)$ et on note : $S=\{(1 ; -2)\}$

**Partie 3 : Résolutions graphiques**

 1) Système admettant une unique solution

Méthode : Résoudre graphiquement un système d’équations

 **Vidéo** [**https://youtu.be/-LV\_5rkW0RY**](https://youtu.be/-LV_5rkW0RY)

On considère le système d’équations : $\left\{\begin{array}{c}-2x+y=0\\4x-y=4\end{array}\right.$

Déterminer graphiquement le couple solution.

0

1

1

$$y=2x$$

$$y=4x-4 $$

2

4

**Correction**

Le système équivaut à : $\left\{\begin{array}{c}y=2x \\-y=-4x+4\end{array}\right.$

 $\left\{\begin{array}{c}y=2x \\y=4x-4\end{array}\right.$

$y=2x$ et $y=4x-4$ sont les équations de deux droites qu’on représente dans un repère.

La solution du système est donc le couple $(x ; y)$ coordonnées du **point d’intersection** des deux droites.

Par lecture graphique, on trouve le couple $(2 ;4)$ comme solution du système.

On note : $S=\{(2 ;4)\}$

2) Système n’admettant pas de solution

Méthode : Démontrer qu’un système ne possède pas de solution

 **Vidéo** [**https://youtu.be/IYzK0zVr-Lk**](https://youtu.be/IYzK0zVr-Lk)

On considère le système d’équations : $\left\{\begin{array}{c}-3x+y=1\\6x-2y=6\end{array}\right.$

Démontrer que ce système n’admet pas de solution.

**Correction**

Le système équivaut à : $\left\{\begin{array}{c}y=3x+1 \\-2y=-6x+6\end{array}\right.$

$$ \left\{\begin{array}{c}y=3x+1 \\y=\frac{-6x}{-2}+\frac{6}{-2} \end{array}\right.$$

$$ \left\{\begin{array}{c}y=3x+1 \\y=3x-3 \end{array}\right.$$

0

1

1

$$y = 3x+1$$

$$y = 3x-3$$

Les droites d’équations $y=3x+1$ et $y=3x-3$possèdent des coefficients directeurs égaux, elles sont donc parallèles, et même strictement parallèles.

Elles n’ont pas de point d’intersection, donc le système n’a pas de solution.

On note : $S=∅$

3) Système admettant une infinité de solutions

Méthode : Démontrer qu’un système admet une infinité de solutions

 **Vidéo** [**https://youtu.be/IYzK0zVr-Lk**](https://youtu.be/IYzK0zVr-Lk)

Soit le système d’équations : $\left\{\begin{array}{c}-6x-3y=-6\\2x+y=2 \end{array}\right.$

Démontrer que ce système admet une infinité de solutions.

**Correction**

Le système équivaut à : $\left\{\begin{array}{c}-3y=6x-6 \\y=-2x+2 \end{array}\right.$

 0

1

1

$$y = -2x+2$$

2

$$y = -2x+2$$

$$ \left\{\begin{array}{c}y=\frac{6}{-3}x-\frac{6}{-3} \\y=-2x+2 \end{array}\right.$$

 $\left\{\begin{array}{c}y=-2x+2 \\y=-2x+2\end{array}\right.$

Les deux droites ont la même équation $y=-2x+2$, elles sont donc confondues et possèdent une infinité de points d’intersection.

Le système admet donc une infinité de solutions : tous les couples $(x ; y)$ vérifiant $y=-2x+2$.

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)