ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

 **Tout le cours en vidéo :** [**https://youtu.be/qHF5kiDFkW8**](https://youtu.be/qHF5kiDFkW8)

**Partie 1 : Notion d’équation différentielle**

Définition : Une **équation différentielle** est une équation dont l’inconnue est une fonction.

Exemples :

a) L’équation différentielle peut se noter en considérant que est une fonction inconnue qui dépend de .

Dans ce cas, une solution de cette équation est . En effet, .

On peut également noter l’équation différentielle sous la forme : .

b) Une solution de l’équation différentielle est .

Pour une équation différentielle, la solution n’est habituellement pas unique.

Par exemple, est une autre solution de l’équation différentielle.

En effet, .

Méthode : Vérifier qu’une fonction est solution d’une équation différentielle

 **Vidéo** [**https://youtu.be/LX8PxR-ScfM**](https://youtu.be/LX8PxR-ScfM)

Prouver que la fonction définie sur par est solution de l’équation différentielle .

**Correction**

Pour tout de sur , on a :

Donc, est bien solution de l’équation différentielle .

**Partie 2 : Équations différentielles du type**

Propriété : Les solutions de l’équation différentielle , , sont les fonctions de la forme , où est une constante réelle quelconque.

Méthode : Résoudre une équation différentielle du type

 **Vidéo** [**https://youtu.be/YJNHTq85tJA**](https://youtu.be/YJNHTq85tJA)

On considère l’équation différentielle .

1) a) Déterminer la forme générale des solutions de l’équation.

 b) Représenter à l’aide de la calculatrice ou d’un logiciel, quelques courbes des fonctions solutions.

2) Déterminer l’unique solution telle que .

**Correction**

1) a)

Les solutions sont de la forme : , .

b) Pour différentes valeurs de , on obtient :



2)

Donc :

Et donc :

Propriété : Si et sont deux solutions de l’équation différentielle , , alors  et sont également solutions de l’équation différentielle.

Démonstrations :

-

-

**Partie 3 : Équations différentielles du type**

Propriété : La fonction est solution de l’équation différentielle

 (). Cette solution est appelée **solution particulière constante**.

Démonstration :

On pose : . Alors

Or :

Donc :

 est donc solution de l’équation différentielle

Propriété : Les solutions de l’équation différentielle (et deux réels*,* non nul) sont les fonctions de la forme :

où est la solution particulière constante de l’équation différentielle

et est une solution quelconque de l’équation différentielle .

Remarque : L’équation est appelée équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants.

Corollaire : Les solutions de l’équation différentielle sont les fonctions de la forme , où .

Méthode : Résoudre une équation différentielle du type

 **Vidéo** [**https://youtu.be/F\_LQLZ8rUhg**](https://youtu.be/F_LQLZ8rUhg)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/CFZr44vny3w**](https://youtu.be/CFZr44vny3w)

On considère l’équation différentielle .

a) Déterminer la forme générale des solutions de l’équation.

b) Déterminer l’unique solution telle que .

**Correction**

a)

Les solutions sont de la forme : , .

Soit : ,

b)

Donc :

Et donc :

**Partie 4 : Équations différentielles du type**

Propriété (non exigible) :

Les solutions de l’équation différentielle sont les fonctions de la forme , où , .

Méthode : Résoudre une équation différentielle du type

 **Vidéo** [**https://youtu.be/klU6n691j7I**](https://youtu.be/klU6n691j7I)

Résoudre l’équation différentielle : avec et .

**Correction**

 s’écrit .

Les solutions sont alors de la forme :

- Or,  donc : soit .

- Et, .

Donc : soit .

On en déduit la solution de l’équation différentielle : .

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)