

FONCTIONS POLYNOMES DU SECOND DEGRE

I. Définition

Une fonction polynôme de degré 2 f est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$, où a , b et c sont des nombres réels donnés et $a \neq 0$.

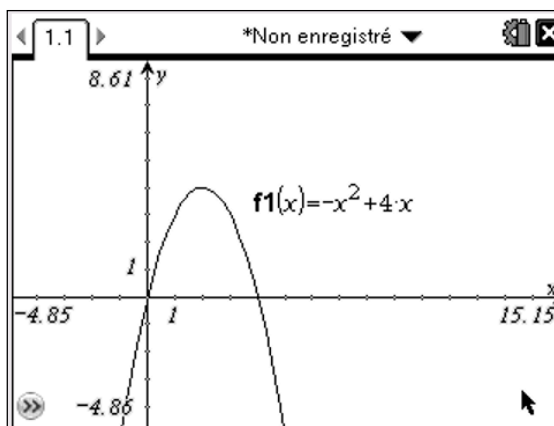
Exemples :

- $f(x) = 5x^2 - 4x + 9$. On a : $a = 5$, $b = -4$ et $c = 9$.
- $g(x) = -x^2 + 4x$. On a : $a = -1$, $b = 4$ et $c = 0$.
- La fonction carré est une fonction polynôme particulière telle que : $a = 1$, $b = 0$ et $c = 0$.
- $h(x) = (3x + 1)(x - 2)$.

En effet : $h(x) = 3x^2 - 6x + x - 2 = 3x^2 - 5x - 2$.

On a : $a = 3$, $b = -5$ et $c = -2$.

On peut tracer la courbe représentative d'une fonction polynôme à l'aide de la calculatrice graphique. Il s'agit d'une **parabole**.



« *Jesus dit à ses disciples $y^2 = 2px$. Ils ne comprirent pas, c'était une parabole.* »

Citation apocryphe

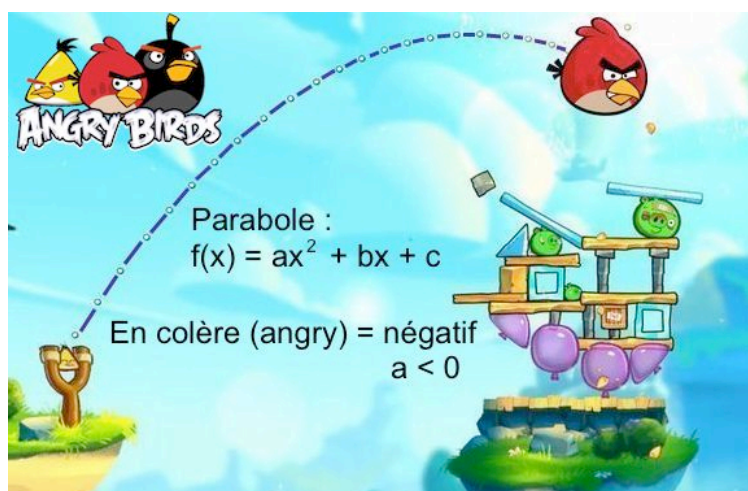
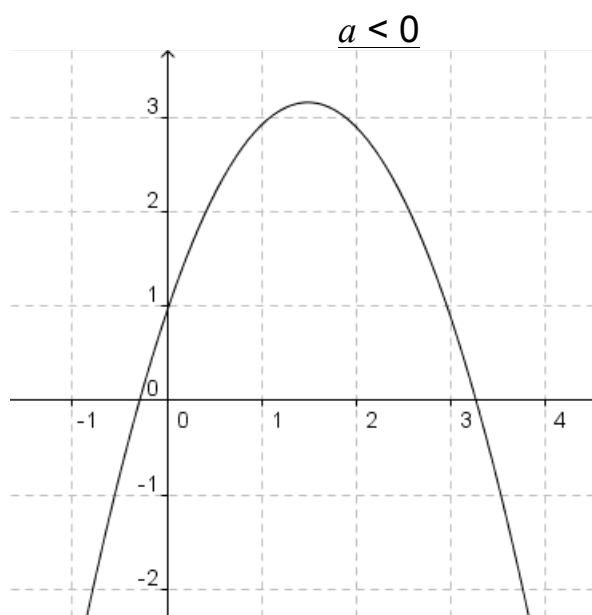
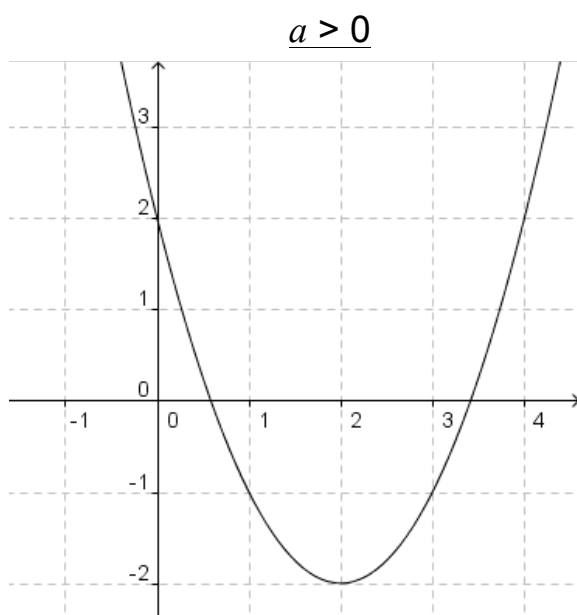
Le mot vient du grec « parabolê » qui signifiait l'action de jeter à côté : « para » pour à côté et « boleîn » pour jeter.

II. Variations

Propriétés :

Soit f une fonction polynôme de degré 2, telle que $f(x) = ax^2 + bx + c$.

- Si a est positif, f est d'abord décroissante, puis croissante.
- Si a est négatif, f est d'abord croissante, puis décroissante.



| Exercices conseillés | En devoir |
|--|--|
| Ex 1 à 3 (page5) p117 n°1, 3 p120 n°31 | Tableaux de var. de fonctions du second degré données. |
| Ex 4 à 11 (page5 et 6) p117 n°12, 14, 13* ; p118 n°18* p121 n°40* | |

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

| Exercices conseillés | En devoir |
|--|--|
| Ex 1 à 3 (page5) p134 n°1 à 3 p136 n°32 | Tableaux de var. de fonctions du second degré données. |
| Ex 4 à 11 (page5 et 6) p138 n°42, 44, 43* p138 n°48* p140 n°63* | |

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

III. Extremum

La courbe représentative de f est une parabole qui admet un axe de symétrie parallèle à l'axe des ordonnées.

Définition :

Le point de la courbe qui correspond au maximum ou au minimum est appelé le sommet de la parabole.

Exemple :

La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + 4x$ admet un maximum.

En effet, le coefficient devant x^2 est négatif, f est d'abord croissante, puis décroissante.

Propriété :

Soit f une fonction polynôme de degré 2, telle que $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Alors f admet un extremum pour $x = -\frac{b}{2a}$.

Méthode : Déterminer les coordonnées de l'extremum d'une fonction polynôme de degré 2

▶ Vidéo <https://youtu.be/KgsQl1ksdbA>

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 - 12x + 23$.

- Quelle est la nature de l'extremum de la fonction f ?
- Déterminer les coordonnées de cet extremum.
- Construire le tableau de variations de f , puis vérifier en traçant sa courbe représentative à l'aide de la calculatrice.

a) Le coefficient devant x^2 est positif, f admet donc un minimum.

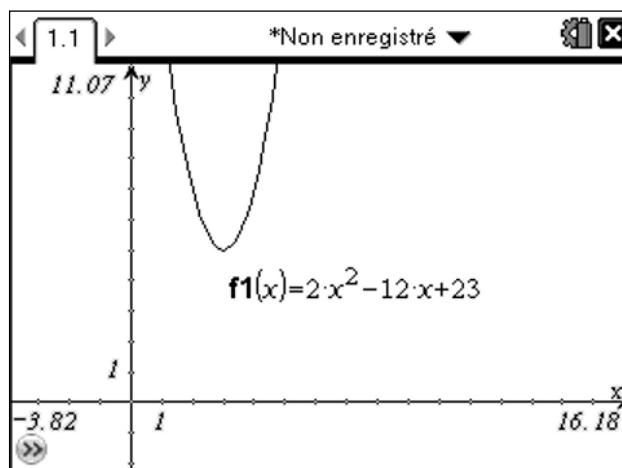
b) Le minimum est atteint en $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-12}{2 \times 2} = 3$

Or $f(3) = 2 \times 3^2 - 12 \times 3 + 23 = 5$ donc f admet un minimum égal à 5 pour $x = 3$. Les coordonnées du minimum sont (3 ; 5).

c)

| | | | |
|--------|-----------|---|-----------|
| x | $-\infty$ | 3 | $+\infty$ |
| $f(x)$ | ↘ | | ↗ |
| | | 5 | |

On pourra tracer la parabole à l'aide d'une calculatrice graphique pour vérifier.



| Exercices conseillés | En devoir |
|------------------------------------|---------------------|
| Ex 12 à 18 (page6) p117 n°5* | Ex 19 et 20 (page6) |

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

| Exercices conseillés | En devoir |
|--|------------------------|
| Ex 12 à 18 (page6) p136 n°33 p138 n°39* | Ex 19 et 20 (page6) |

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

| TP conseillé |
|---------------------------------------|
| TP Tice1 p110 : Différentes paraboles |

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

| TP conseillé |
|----------------------------------|
| p129 TP1 : Différentes paraboles |

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales

Exercice 1

Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont des fonctions du second degré ?

$$f(x) = 3x^2 - 3x + 2 \quad g(x) = -4x^2 + 1 \quad h(x) = -3x + 9 \quad i(x) = (x-3)(x+2)$$

$$j(x) = 5x - x^2 - 8 \quad k(x) = 9x^2 \quad l(x) = \frac{1}{x^2} - 3x + 2 \quad m(x) = x(3x-6)$$

Exercice 2

Justifier que chacune des fonctions suivantes est une fonction du second degré :

$$f(x) = (2x-1)(5-x) \quad g(x) = 3x(x-5)+3$$

$$h(x) = (1-x)(3+x) \quad i(x) = (2-x)^2$$

Exercice 3

A l'aide de la calculatrice, tracer dans un repère chaque fonction de l'exercice 2.

Exercice 4

Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont d'abord croissantes puis décroissantes ?

$$f(x) = x^2 - 2x + 4 \quad g(x) = -x^2 - 7x + 2 \quad h(x) = 5x^2 - 3x + 9 \quad i(x) = 3x - x^2 + 1$$

$$j(x) = -9x^2 + 2 \quad k(x) = (x+3)(-x+2) \quad l(x) = -2x(1-2x) \quad m(x) = (-x+1)^2$$

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$.

- 1) À l'aide de la calculatrice, tracer dans un repère la représentation graphique de la fonction f .
- 2) En déduire le tableau de variations de f .

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -3x^2 - 12x + 1$.

- 1) À l'aide de la calculatrice, tracer dans un repère la représentation graphique de la fonction f .
- 2) En déduire le tableau de variations de f .

Exercice 7

Parmi les fonctions suivantes, quelles sont celles dont les variations ci-contre :

$$f(x) = -x^2 + 2x + 2 \quad g(x) = x^2 - 3x + 5$$

$$h(x) = -2x^2 + x + 2 \quad i(x) = -2x^2 + 4x + 1$$

$$j(x) = (1-x)(2-x) \quad k(x) = (2x-1)(4+x)$$

| | | | |
|--------|-----------|---|-----------|
| x | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ |
| $f(x)$ | | | |

Exercice 8

Parmi les fonctions suivantes, quelles sont celles dont les variations correspondent au tableau de variations suivant :

$$f(x) = x^2 + 2x - 2 \quad g(x) = -x^2 + 5x - 3$$

$$h(x) = x^2 - 2x + 5 \quad i(x) = x^2 - 8x + 17$$

$$j(x) = (x-4)^2 + 1 \quad k(x) = (2x-7)(x+3)$$

| | | | |
|--------|-----------|---|-----------|
| x | $-\infty$ | 4 | $+\infty$ |
| $f(x)$ | | | |

Exercice 9

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 - 3x - 2$.

- 1) À l'aide de la calculatrice, tracer dans un repère la représentation graphique de la fonction f .
- 2) Conjecturer le nombre de solutions de l'équation $3x^2 - 3x - 2 = 0$ et une valeur approchée des solutions éventuelles.

Exercice 10

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x^2 + 3x + 4$.

- 1) À l'aide de la calculatrice, tracer dans un repère la représentation graphique de la fonction f .
- 2) Conjecturer le nombre de solutions de l'équation $-2x^2 + 3x + 4 = 0$ et une valeur approchée des solutions éventuelles.

Exercice 11

Conjecturer le nombre de solutions de l'équation $-2x^2 + x - 5 = 0$ et une valeur approchée des solutions éventuelles.

Exercice 12

Parmi les fonctions suivantes, lesquelles admettent un minimum ?

$$\begin{array}{lll} f(x) = -2x^2 + x + 2 & g(x) = -x^2 - 4x + 1 & h(x) = -x^2 + 7x + 9 \\ i(x) = 3x^2 - 2x + 6 & j(x) = (5-x)(4-x) & k(x) = 3x - 5 \end{array}$$

Exercice 13

Parmi les fonctions suivantes, lesquelles admettent un maximum ?

$$\begin{array}{lll} f(x) = -x^2 + 6x & g(x) = 5x^2 - 2x + 9 & h(x) = -4x^2 + x + 1 \\ i(x) = x^2 + 7 & j(x) = (x-1)(8-4x) & k(x) = -x - 2 \end{array}$$

Exercice 14

À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée de l'extremum de chaque fonction en précisant s'il s'agit d'un minimum ou d'un maximum.

$$\begin{array}{lll} f(x) = x^2 + 2x + 1 & g(x) = -2x^2 + 8x - 2 & h(x) = x^2 - 2x + 3 \\ i(x) = -x^2 + 6x + 5 & j(x) = 3x^2 + 3x & k(x) = -x^2 - 3x - 2 \end{array}$$

Exercice 15

À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée de l'extremum de chaque fonction en précisant s'il s'agit d'un minimum ou d'un maximum.

$$f(x) = 10x^2 + 3x + 1 \quad g(x) = -8x^2 + x - 5 \quad h(x) = 50x^2 - 6$$

Exercice 16

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 2x + 4$.

- 1) Quelle est la nature de l'extremum de f (minimum ou maximum) ? Justifier.
- 2) Pour quelle valeur de x est-il atteint ? Calculer cet extremum.
- 3) Construire le tableau de variations de f , puis vérifier en traçant sa courbe représentative à l'aide de la calculatrice.
- 4) Reproduire la courbe dans un repère.

Exercice 17

Même exercice avec la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 4x - 1$.

Exercice 18

Même exercice avec la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + 6x - 8$.

Exercice 19

Même exercice avec la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -4x^2 + 4x - 4$.

Exercice 20

Même exercice avec la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 9x^2 - 36x + 32$.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales