

EQUATIONS

I. Notion d'équation

1) Vocabulaire

INCONNUE : c'est une lettre qui cache un nombre cherché :

$$\rightarrow x$$

EQUATION : c'est une opération « à trous » dont « les trous » sont remplacés par une inconnue :

$$\rightarrow 10x - 2 = 2x + 3$$

RESOUDRE UNE EQUATION : c'est chercher et trouver le nombre caché sous l'inconnue.

SOLUTION : c'est le nombre caché sous l'inconnue :

$$\rightarrow x = 0,625$$

Vérification :

$10 \times 0,625 - 2 = 2 \times 0,625 + 3$, donc 0,625 est solution.

Méthode :

Vérifier si 14 est solution de l'équation $4(x - 2) = 3x + 6$

$$4(14 - 2) = 3 \times 14 + 6$$

Oui, 14 est solution !

2) ...en fonction de ...

Méthode :

Une carte d'abonnement pour le cinéma coûte 10€. Avec cette carte, le prix d'une entrée est de 4€.

1) Calculer le prix à payer pour 2, 3, puis 10 entrées.

2) Soit x le nombre d'entrées.

Exprimer en fonction de x le prix à payer :

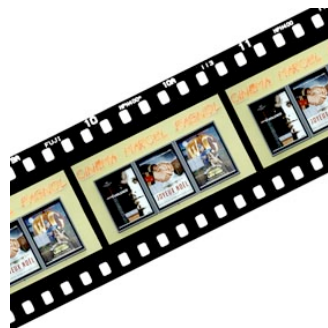
- a) sans compter l'abonnement,
- b) en comptant l'abonnement.

1) pour 2 entrées : $10 + 2 \times 4 = 18€$

pour 3 entrées : $10 + 3 \times 4 = 22€$

pour 10 entrées : $10 + 10 \times 4 = 50€$

2) a) $4x$ b) $4x + 10$



Exercices conseillés	En devoir
p88 n°16 à 22	p88 n°23

TP info : « Recherche de la solution d'une équation »
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.pdf
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.ods (Feuille de calcul OOo)

II. Résolution d'équations

1) Introduction :

Soit l'équation : $2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$

But : Trouver x !

C'est-à-dire : isoler x dans l'équation pour arriver à :
 $x = \text{nombre}$

Les différents éléments d'une équation sont liés ensemble par des opérations.

Nous les désignerons « liens faibles » (+ et -) et « liens forts » (x et :). Ces derniers marquent en effet une priorité opératoire. Pour signifier que le lien est fort, le symbole « x » peut être omis.

Dans l'équation ci-dessus, par exemple, $2x$ et $5x$ sont juxtaposés par le lien faible « - ». Par contre, 2 et x sont juxtaposés par un lien fort « x » qui est omis.

Dans l'équation $2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$, on reconnaît des membres de la **famille des x** et des membres de la **famille des nombres** juxtaposés par des « liens faibles ».

Pour obtenir « $x = \text{nombre}$ », on considèrera que la **famille des x** habite à gauche de la « **barrière =** » et la **famille des nombres** habite à droite.

Résoudre une équation, c'est clore deux petites réceptions où se sont réunis **des x** et **des nombres**. Une se passe chez **les x** et l'autre chez **les nombres**. La fête est finie, chacun rentre chez soi.

On sera ainsi menés à effectuer des mouvements d'un côté à l'autre de la « **barrière =** » en suivant des règles différentes suivant que le lien est fort ou faible.

Exercices conseillés	En devoir
p88 n°24 et 25 p89 n°27 à 32	p88 n°26

2) Avec « lien faible » :

Le savant perse Abu Djafar Muhammad ibn Musa al Khwarizmi (Bagdad, 780-850) est à l'origine des méthodes appelées « al jabr » (=le reboutement ; le mot est devenu "algèbre" aujourd'hui) et « al muqabala » (=la réduction).

Elles consistent en :

- al jabr :

Dans l'équation, un terme négatif est accepté mais al Khwarizmi s'attache à s'en débarrasser au plus vite. Pour cela, il ajoute son opposé des deux côtés de l'équation. Par exemple : $4x - 3 = 5$ devient $4x - 3 + 3 = 5 + 3$ soit $4x = 5 + 3$.

- al muqabala :

Les termes positifs semblables sont réduits.

Par exemple : $4x = 9 + 3x$ devient $x = 9$. On soustrait $3x$ de chaque côté de l'égalité.

Méthode :

Résoudre : $2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$

1ere étape : chacun rentre chez soi !

$$2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$$

$$2x + 5x - 3x - 3x = + 2 + 4$$

2° étape : réduction (des familles)

$$x = 6$$

Pour un lien faible, chaque déplacement par dessus « la barrière = » se traduit par un changement de signe de l'élément déplacé.

Exercices conseillés	En devoir
-p87 n°1 et 2 p89 n°36 à 38	p92 n°100

3) Avec « lien fort »

La méthode qui s'appelait « al hatt » consistait à diviser les deux membres de l'équation par un même nombre.

Méthode :

Résoudre les équations suivantes :

1) $2x = 6$ 2) $\frac{x}{-3} = 4$ 3) $\frac{7}{9}x = -2$

1) $2x = 6$ 2) $\frac{x}{-3} = 4$ 3) $\frac{7}{9}x = -2$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 4 \times (-3)$$

$$x = -2 \times \frac{9}{7}$$

$$x = 3$$

$$x = -12$$

$$x = -\frac{18}{7}$$

Pour un lien fort, chaque déplacement par dessus « la barrière = » se traduit par une « inversion » de l'élément déplacé.

Exercices conseillés	En devoir
p87 n°3 p89 n°39 et 40	p97 n°3

4) Avec les deux

Méthode :

Résoudre : $4x + 5 - 3x - 4 = 3x + 2 + x$

$$4x + 5 - 3x - 4 = 3x + 2 + x$$

$$4x - 3x - x - 3x = 2 + 4 - 5$$

$$-3x = 1$$

$$x = \frac{1}{-3}$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

Exercices conseillés	En devoir
-Ex (page 6) p87 n°4 à 15 p89 n°43 à 48 -p90 n°57 à 60 p90 n°70, 74 p93 n°113 et 114 p94 n°130, 131 et 133	p89 n°49 p90 n°50 -p90 n°62 à 65 p94 n°127 ou 128 p95 n°135

5) Avec en plus des parenthèses

Méthode :

Résoudre : $2(x+3) = -(x+3)$

$$2(x+3) = -(x+3)$$

$$2x+6 = -x-3 \quad \leftarrow 1.$$

$$2x+x = -3-6 \quad \leftarrow 2.$$

$$3x = -9 \quad \leftarrow 3.$$

$$x = \frac{-9}{3} \quad \leftarrow 4.$$

$$x = -3 \quad \leftarrow 5.$$

Étapes successives :

1. Se débarrasser des parenthèses
2. Chacun rentre chez soi : liens faibles

3. Réduction
4. Casser le dernier lien fort
5. Simplification (si besoin)

Exercices conseillés	En devoir
-p90 n°55 et 56 -p90 n°73	p94 n°121

TP informatique : p98 n°1

Comment en est-on arrivé là ?

	Aujourd'hui	$4x^2 + 3x - 10 = 0$
René Descartes	Vers 1640	$4xx + 3x \infty 10$
François Viète	Vers 1600	4 in A quad + 3 in A aequatur 10
Simon Stevin	Fin XVIe	4(2) + 3(1) egales 10(0)
Tartaglia	Début XVIe	4q p 3R equale 10N
Nicolas Chuquet	Fin XVe	4² p 3¹ egault 10⁰
Luca Pacioli	Fin XVe	Quattro qdrat che gioto agli tre n⁰ faccia 10 (traduit par 4 carrés joints à 3 nombres font 10)
Diophante	IIIe	$\Delta^Y \delta \zeta \gamma \varepsilon \sigma \tau \iota \iota$ (traduit par inconnue carré 4 et inconnue 3 est 10)
Babyloniens et Egyptiens	IIe millénaire avant J.C.	Problèmes se ramenant à ce genre d'équation.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales

Exercice :

Résoudre les équations suivantes :

$$x - 3 = -8$$

$$x + 9 = 4$$

$$2 - x = -2x + 5$$

$$3x + 4 - x = x - 7$$

$$3x - 5x + 2 - 6x = 3x - 5 - 12x$$

$$7 - 2x = 2x + 5 - 3 + 4x - 9x$$

$$3x + 5 - 9 + 9x = 4x + 3x - 9 + 4x$$

$$2x - 5x - 6 + 3x = 1 - x - x + 2 + x$$

$$-4x - 5 + 4x = -x + 8x + 9 - 8x - 9$$

$$7x - 9 + 2x - 9x + 22x = 3 - x + 4x - 9 + 18x$$

$$3x - 5x^2 + 2 = 2x - 7x^2 + 2x^2 - 6$$

$$x + x + x = x + x$$

$$4x - 2 = 1 - x + 2x - 3x + 4x - 5x + 6x$$

$$x - x = x - 2x$$

$$0,5x + 5 = 1,5x - 3 - 2x - 4,5$$



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales