

# EQUATIONS

## I. Notion d'équation

### 1) Vocabulaire

**INCONNUE** : c'est une lettre qui cache un nombre cherché :

$$\rightarrow x$$

**EQUATION** : c'est une opération « à trous » dont « les trous » sont remplacés par une inconnue :

$$\rightarrow 10x - 2 = 2x + 3$$

**RESOUDRE UNE EQUATION** : c'est chercher et trouver le nombre caché sous l'inconnue.

**SOLUTION** : c'est le nombre caché sous l'inconnue :

$$\rightarrow x = 0,625$$

Vérification :

$10 \times 0,625 - 2 = 2 \times 0,625 + 3$ , donc 0,625 est solution.

**Méthode** :

Vérifier si 14 est solution de l'équation  $4(x - 2) = 3x + 6$

$$4(14 - 2) = 3 \times 14 + 6$$

*Oui, 14 est solution !*

### 2) ...en fonction de ...

**Méthode** :

Une carte d'abonnement pour le cinéma coûte 10€. Avec cette carte, le prix d'une entrée est de 4€.

1) Calculer le prix à payer pour 2, 3, puis 10 entrées.

2) Soit  $x$  le nombre d'entrées.

Exprimer en fonction de  $x$  le prix à payer :

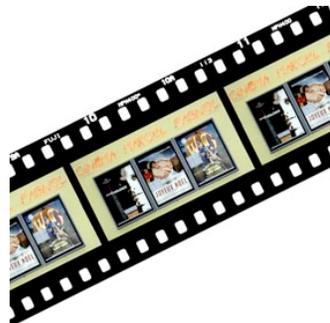
- a) sans compter l'abonnement,
- b) en comptant l'abonnement.

1) pour 2 entrées :  $10 + 2 \times 4 = 18€$

pour 3 entrées :  $10 + 3 \times 4 = 22€$

pour 10 entrées :  $10 + 10 \times 4 = 50€$

2) a)  $4x$    b)  $4x + 10$



| Exercices conseillés | En devoir |
|----------------------|-----------|
| p88 n°16 à 22        | p88 n°23  |

*TP info* : « Recherche de la solution d'une équation »  
[http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech\\_sol.pdf](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.pdf)  
[http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech\\_sol.ods](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.ods) (Feuille de calcul OOo)

## II. Résolution d'équations

### 1) Introduction :

Soit l'équation :  $2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$

**But** : Trouver  $x$  !

C'est-à-dire : isoler  $x$  dans l'équation pour arriver à :  
 $x = \text{nombre}$

Les différents éléments d'une équation sont liés ensemble par des opérations. Nous les désignerons « liens faibles » (+ et -) et « liens forts » (x et :). Ces derniers marquent en effet une priorité opératoire. Pour signifier que le lien est fort, le symbole « x » peut être omis.

Dans l'équation ci-dessus, par exemple,  $2x$  et  $5x$  sont juxtaposés par le lien faible « - ». Par contre,  $2$  et  $x$  sont juxtaposés par un lien fort « x » qui est omis.

Dans l'équation  $2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$ , on reconnaît des membres de la **famille des  $x$**  et des membres de la **famille des nombres** juxtaposés par des « liens faibles ».

Pour obtenir «  $x = \text{nombre}$  », on considèrera que la **famille des  $x$**  habite à gauche de la « **barrière =** » et la **famille des nombres** habite à droite.

Résoudre une équation, c'est clore deux petites réceptions où se sont réunis **des  $x$**  et **des nombres**. Une se passe chez **les  $x$**  et l'autre chez **les nombres**. La fête est finie, chacun rentre chez soi.

On sera ainsi menés à effectuer des mouvements d'un côté à l'autre de la « **barrière =** » en suivant des règles différentes suivant que le lien est fort ou faible.

| Exercices conseillés            | En devoir |
|---------------------------------|-----------|
| p88 n°24 et 25<br>p89 n°27 à 32 | p88 n°26  |

### 2) Avec « lien faible » :

*Le savant perse Abu Djafar Muhammad ibn Musa al Khwarizmi (Bagdad, 780-850) est à l'origine des méthodes appelées « al jabr » (=le reboutement ; le mot est devenu "algèbre" aujourd'hui) et « al muqabala » (=la réduction).*

Elles consistent en :

- **al jabr** :

Dans l'équation, un terme négatif est accepté mais al Khwarizmi s'attache à s'en débarrasser au plus vite. Pour cela, il ajoute son opposé des deux côtés de l'équation. Par exemple :  $4x - 3 = 5$  devient  $4x - 3 + 3 = 5 + 3$  soit  $4x = 5 + 3$ .

- **al muqabala** :

Les termes positifs semblables sont réduits.

Par exemple :  $4x = 9 + 3x$  devient  $x = 9$ . On soustrait  $3x$  de chaque côté de l'égalité.

### Méthode :

Résoudre :  $2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$

1ere étape : chacun rentre chez soi !

$$2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$$

$$2x + 5x - 3x - 3x = + 2 + 4$$

2° étape : réduction (des familles)

$$x = 6$$

Pour un lien faible, chaque déplacement par dessus « la barrière = » se traduit par un changement de signe de l'élément déplacé.

| Exercices conseillés           | En devoir |
|--------------------------------|-----------|
| -p87 n°1 et 2<br>p89 n°36 à 38 | p92 n°100 |

### 3) Avec « lien fort »

La méthode qui s'appelait « al hatt » consistait à diviser les deux membres de l'équation par un même nombre.

### Méthode :

Résoudre les équations suivantes :

$$1) 2x = 6 \quad 2) \frac{x}{-3} = 4 \quad 3) \frac{7}{9}x = -2$$

$$1) 2x = 6 \quad 2) \frac{x}{-3} = 4 \quad 3) \frac{7}{9}x = -2$$

$$x = \frac{6}{2} \quad x = 4 \times (-3) \quad x = -2 \times \frac{9}{7}$$

$$x = 3 \quad x = -12 \quad x = -\frac{18}{7}$$

Pour un lien fort, chaque déplacement par dessus « la barrière = » se traduit par une « inversion » de l'élément déplacé.

| Exercices conseillés      | En devoir |
|---------------------------|-----------|
| p87 n°3<br>p89 n°39 et 40 | p97 n°3   |

#### 4) Avec les deux

##### Méthode :

Résoudre :  $4x + 5 - 3x - 4 = 3x + 2 + x$

$$4x + 5 - 3x - 4 = 3x + 2 + x$$

$$4x - 3x - x - 3x = 2 + 4 - 5$$

$$-3x = 1$$

$$x = \frac{1}{-3}$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

| Exercices conseillés   | En devoir  |
|--|--|
| -Ex (page 6)<br>p87 n°4 à 15<br>p89 n°43 à 48<br>-p90 n°57 à 60<br>p90 n°70, 74<br>p93 n°113 et<br>114<br>p94 n°130, 131<br>et 133 | p89 n°49<br>p90 n°50<br><br>-p90 n°62 à 65<br>p94 n°127 ou<br>128<br>p95 n°135 |

#### 5) Avec en plus des parenthèses

##### Méthode :

Résoudre :  $2(x+3) = -(x+3)$

$$2(x+3) = -(x+3)$$

$$2x+6 = -x-3 \quad \leftarrow 1.$$

$$2x+x = -3-6 \quad \leftarrow 2.$$

$$3x = -9 \quad \leftarrow 3.$$

$$x = \frac{-9}{3} \quad \leftarrow 4.$$

$$x = -3 \quad \leftarrow 5.$$

##### Étapes successives :

1. Se débarrasser des parenthèses
2. Chacun rentre chez soi : liens faibles

3. Réduction
4. Casser le dernier lien fort
5. Simplification (si besoin)

| Exercices conseillés         | En devoir |
|------------------------------|-----------|
| -p90 n°55 et 56<br>-p90 n°73 | p94 n°121 |

TP informatique : p98 n°1

Comment en est-on arrivé là ?

|                                 |                                  |   |
|---------------------------------|----------------------------------|---|
|                                 | <b>Aujourd'hui</b>               | $4x^2 + 3x - 10 = 0$  |
| <b>René Descartes</b>           | <b>Vers 1640</b>                 | $4xx + 3x \infty 10$  |
| <b>François Viète</b>           | <b>Vers 1600</b>                 | <b>4 in A quad + 3 in A aequatur 10</b>   |
| <b>Simon Stevin</b>             | <b>Fin XVIe</b>                  | <b>4(2) + 3(1) egales 10(0)</b>   |
| <b>Tartaglia</b>                | <b>Début XVIe</b>                | <b>4q p 3R equale 10N</b>   |
| <b>Nicolas Chuquet</b>          | <b>Fin XVe</b>                   | <b>4<sup>2</sup> p 3<sup>1</sup> egault 10<sup>0</sup></b>  |
| <b>Luca Pacioli</b>             | <b>Fin XVe</b>                   | <b>Quattro qdrat che gioto agli tre n<sup>0</sup> facia 10</b><br>(traduit par 4 carrés joints à 3 nombres font 10)       |
| <b>Diophante</b>                | <b>IIIe</b>                      | $\Delta^Y \delta \zeta \gamma \varepsilon \sigma \tau \iota \iota$<br>(traduit par inconnue carré 4 et inconnue 3 est 10) |
| <b>Babyloniens et Egyptiens</b> | <b>IIe millénaire avant J.C.</b> | <b>Problèmes se ramenant à ce genre d'équation.</b>   |



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)

Exercice :

Résoudre les équations suivantes :

$$x - 3 = -8$$

$$x + 9 = 4$$

$$2 - x = -2x + 5$$

$$3x + 4 - x = x - 7$$

$$3x - 5x + 2 - 6x = 3x - 5 - 12x$$

$$7 - 2x = 2x + 5 - 3 + 4x - 9x$$

$$3x + 5 - 9 + 9x = 4x + 3x - 9 + 4x$$

$$2x - 5x - 6 + 3x = 1 - x - x + 2 + x$$

$$-4x - 5 + 4x = -x + 8x + 9 - 8x - 9$$

$$7x - 9 + 2x - 9x + 22x = 3 - x + 4x - 9 + 18x$$

$$3x - 5x^2 + 2 = 2x - 7x^2 + 2x^2 - 6$$

$$x + x + x = x + x$$

$$4x - 2 = 1 - x + 2x - 3x + 4x - 5x + 6x$$

$$x - x = x - 2x$$

$$0,5x + 5 = 1,5x - 3 - 2x - 4,5$$



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)