L’ESCALIER CONVERGENT

*Commentaire : Découvrir la méthode de la représentation en escalier d’une suite pour conjecturer sa convergence.*

**Partie 1**

On considère la fonction *f* définie sur par .

1) Effectuer une étude complète la fonction *f* sur : variations, limites aux bornes, tangente(s) horizontale(s), asymptote(s), … On présentera les résultats dans un tableau de variations.

2) Représenter dans un repère la fonction *f* sur l’intervalle [0 ; 4]. On prendra 5 cm pour 1 unité sur les deux axes.

**Partie 2**

On considère la suite définie par et pour tout entier *n*, . On a ainsi pour tout entier *n*, .

1) Pour cette question, on complètera dans le repère de la **partie 1** et on laissera **tous** les traits de construction :

* Placer sur l’axe des abscisses.
* En utilisant la courbe représentative de la fonction *f,* placer sur l’axe des ordonnées.
* Placer alors sur l’axe des abscisses. On s’aidera de la droite d’équation .
* En utilisant la courbe représentative de la fonction *f,* placer sur l’axe des ordonnées.
* Placer alors sur l’axe des abscisses. On s’aidera de la droite d’équation.
* Poursuivre de la même manière pour placer et sur l’axe des abscisses.

2) Quelle conjecture permet d’établir la construction précédente ?

**Partie 3**

1) Démontrer par récurrence que pour tout entier *n*, on a .

2) Démontrer que la suite est croissante.

3) En déduire la preuve du résultat conjecturé dans la **partie 2**.

4) Écrire un algorithme qui donne le plus petit entier *N* tel que . Quel est cet entier ?

*On recopiera l’algorithme.*



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)