

RACINES CARREES (Partie 2)

I. Sommes et différences de racines carrées

Rappel: $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$ ou $\sqrt{6} - \sqrt{2} \neq \sqrt{4}$ (non-formules !)

Comment simplifier des expressions contenant des sommes et des différences de racines carrées ?

Méthode 1 :

Ecrire le plus simplement possible :

$$A = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$$

$$B = 7\sqrt{2} - 3\sqrt{5} + 8\sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$C = (3 - 2\sqrt{3}) - (4 - 6\sqrt{3})$$

On regroupe les membres d'une même « famille de racines carrées » pour réduire l'expression.

Les différentes familles de racines carrées sont :

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{10}, \sqrt{13}, \dots$$

$$\begin{aligned} A &= 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} \\ &= 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 7\sqrt{2} - 3\sqrt{5} + 8\sqrt{2} - \sqrt{5} \\ &= 15\sqrt{2} - 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 3 - 2\sqrt{3} - 4 + 6\sqrt{3} \\ &= -1 + 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

Exercices conseillés En devoir

p66 n°31	
----------	--

Méthode 2 :

Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers et b le plus petit possible :

$$A = \sqrt{12} + 7\sqrt{3} - \sqrt{27}$$

$$B = \sqrt{125} - 2\sqrt{20} + 6\sqrt{80}$$

On fait apparaître **des racines carrées d'une même famille**. Pour cela, il faut **extraire des carrés parfaits**.

$$\begin{aligned}
 A &= \sqrt{12} + 7\sqrt{3} - \sqrt{27} && \leftarrow \sqrt{12} \text{ et } \sqrt{27} \text{ sont des « } \sqrt{3} \text{ déguisées »} \\
 &= \sqrt{4 \times 3} + 7\sqrt{3} - \sqrt{9 \times 3} && \leftarrow \text{Elles sont maintenant « démasquées » !} \\
 &= 2\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 3\sqrt{3} && \leftarrow \text{On peut alors réduire l'expression.} \\
 &= 6\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \sqrt{125} - 2\sqrt{20} + 6\sqrt{80} \\
 &= \sqrt{25 \times 5} - 2\sqrt{4 \times 5} + 6\sqrt{16 \times 5} \\
 &= 5\sqrt{5} - 2 \times 2\sqrt{5} + 6 \times 4\sqrt{5} \\
 &= 25\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

Exercices conseillés	En devoir
p64 n°7 à 10 p67 n°47 p69 n°76, 81, 82, 89	p67 n°45, 46 p69 n°79, 80

II. Racines carrées et développements

Méthode :

Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où a , b et c sont des entiers relatifs :

$$A = (\sqrt{3} - 4)^2$$

$$B = (3 + \sqrt{5})^2$$

$$C = (\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{5})$$

$$D = (3 + \sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3})$$

\leftarrow On applique les règles classiques de développement d'une expression comme on pourrait le faire sur des expressions algébriques. Les radicaux sont alors « traités » comme l'inconnue.

$$\begin{aligned}
 A &= (\sqrt{3} - 4)^2 && \leftarrow \text{On applique la 2}^{\text{e}} \text{ identité remarquable} \\
 &= (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times 4 + 4^2 \\
 &= 3 - 8\sqrt{3} + 16 \\
 &= 19 - 8\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= (3 + \sqrt{5})^2 && \leftarrow \text{On applique la 1}^{\text{e}} \text{ identité remarquable} \\
 &= 3^2 + 2 \times 3\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 \\
 &= 9 + 6\sqrt{5} + 5 \\
 &= 14 + 6\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C &= (\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{5}) && \leftarrow \text{On applique la 3}^{\text{e}} \text{ identité remarquable} \\
 &= (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2 \\
 &= 2 - 5 \\
 &= -3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D &= (3 + \sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3}) && \leftarrow \text{On applique la double distributivité} \\
 &= 12 - 6\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 2(\sqrt{3})^2 \\
 &= 12 - 6\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 2 \times 3 \\
 &= 6 - 2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Exercices conseillés	En devoir
p66 n�32 et 33 p67 n�52 p69 n�78, 85, 90	p67 n�51 p69 n�84



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales