LES ÉQUATIONS SELON AL KHWARIZMI

*Commentaire : Appliquer une méthode historique via un programme de calculs pour trouver une solution d’une équation du second degré.*

Le mathématicien et astronome perse Al Khwarizmi (780 ; 850) a établi dans son traité, le *Kitâb*, des méthodes de résolution d’équations. Il s’agit de recettes, appelées aujourd’hui algorithmes, menant à la solution.

Dans cette activité, nous allons étudier comment Al Khwarizmi a résolu les équations du type $x^{2}+ax=b$, où $a$ et $b$ sont des nombres positifs.

**PARTIE 1 : Cas particuliers**

1) A Khwarizmi écrivait « Un ***carré*** plus 10 ***racines*** est égal à 39 dirhams (\*) » pour désigner, dans le langage mathématique d’aujourd’hui, l’équation : $x^{2}+10x=39$.

*(\*) Le dirham était la monnaie de l’époque.*

Le procédé de résolution de cette équation consiste à effectuer le programme de calculs suivant :

1. Prendre la moitié de $10$.
2. Élever cette moitié au carré.
3. Ajouter ce carré à $39$.
4. Prendre la racine carrée de cette somme.
5. Soustraire à ce résultat la moitié de $10$.

a) Appliquer ce programme de calculs et noter le nombre obtenu à l’issue de l’étape 5.

b) Vérifier que ce nombre est effectivement solution de l’équation $x^{2}+10x=39$.

2) Adapter le programme de calculs de la question 1 pour trouver une solution de l’équation $x^{2}+3x=40$.

3) Adapter le programme de la question 1 pour trouver le ***carré*** telle que :

« Un ***carré*** plus 7 ***racines*** est égal à 18 dirhams. »

**PARTIE 2 : Cas général**

Dans la suite, on considère l’équation $x^{2}+ax=b$ sous sa forme générale où $a$ et $b$ sont des nombres quelconques positifs.

1) Démontrer que le programme de calculs mène à :

$$\sqrt{\frac{a^{2}}{4}+b}-\frac{a}{2}$$

2) Retrouver ce résultat en appliquant la méthode du discriminant.

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)