

ARITHMÉTIQUE

Partie 1 : Divisibilité (Rappels)

1) Vocabulaire

Exemple : $56 = 8 \times 7$

- 7 et 8 sont des **diviseurs** de 56.
- 56 est un **multiple** de 7 et de 8.
- 56 est **divisible** par 7 et par 8.

2) Critères de divisibilité

Propriétés : Un nombre entier est divisible :

- par 2, si son chiffre des unités est pair,
- par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5,
- par 10, si son chiffre des unités est 0,
- par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par 3,
- par 9, si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Méthode : Reconnaître un multiple ou un diviseur d'un nombre

▶ Vidéo <https://youtu.be/-PLZFIAG99Q>

▶ Vidéo <https://youtu.be/jteZZBzyai8>

▶ Vidéo <https://youtu.be/BJDE6uOrmYQ>

1) Parmi les nombres suivants, trouver le(s) multiple(s) de 14 : 56, 141 et 280

2) Dresser la liste des diviseurs de 28.

3) Parmi les nombres 2, 3, 5, 9 et 10, déterminer les diviseurs de 456.

1) Les multiples successifs de 14 sont : 14, 28, 42, 56, ... 140, 154, ... 280, ...

- On reconnaît que 56 est un multiple de 14.
- On reconnaît facilement que 140 est un multiple de 14 car $14 \times 10 = 140$. Donc 141 n'est pas un multiple de 14.
- On reconnaît également que 280 est un multiple de 14 car $14 \times 20 = 280$.

On en déduit que 56 et 280 sont des multiples de 14.

2) 1, 2, 4, 7, 14, 28.

L'astuce est de les chercher par couple. Par exemple, 2 divise 28 donc 14 divise également 28, car $2 \times 14 = 28$.

- 3) ● 2 divise 456, car 456 est pair.
- 3 divise 456 car $4 + 5 + 6 = 15$ est divisible par 3.
 - 5 ne divise pas 456 car 456 ne se termine pas par 0 ou 5.
 - 9 ne divise pas 456 car $4 + 5 + 6 = 15$ n'est pas divisible par 9.
 - 10 ne divise pas 456 car 456 ne se termine pas par 0.

Partie 2 : Nombres premiers

1) Définition

Définition : Un nombre entier naturel est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs qui sont 1 et lui-même.

Liste des nombres premiers inférieurs à 30 :
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

Remarques :

- Cette liste est infinie.
- Le nombre 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur.

Méthode : Reconnaître un nombre premier

 Vidéo <https://youtu.be/g9PLLhnCv88>

Dans la liste suivante, reconnaitre les nombres premiers : 6 – 11 – 15 – 5 – 23

Correction

- $6 = 2 \times 3$ donc 6 possède plus que deux diviseurs : 1 ; 2 ; 3 ; 6.
6 n'est pas un nombre premier.
- 11 est un nombre premier car il possède exactement deux diviseurs : 1 et 11.
- $15 = 3 \times 5$ donc 15 possède plus que deux diviseurs : 1 ; 3 ; 5 ; 15.
15 n'est pas un nombre premier.
- 23 est un nombre premier car il possède exactement deux diviseurs : 1 et 23.

2) Décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers

Exemples :

- $20 = 2 \times 2 \times 5$ est une décomposition du nombre 20 en produit de facteurs premiers.
En effet, chaque facteur de la décomposition est un nombre premier.
- $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$

Méthode : Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers

 Vidéo https://youtu.be/BIGalqNz_pk

Décomposer 84 en produit de facteurs premiers.

Correction

⚠ Il est important de bien connaître le début de la liste des nombres premiers :
2, 3, 5, 7, 11, 13, ...

On commence par tester si **84** est **divisible par 2** (1^{er} nombre premier).

La réponse est « oui » car **84** se termine par un chiffre pair.

Et on a : **84 : 2 = 42**

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & \end{array}$$

On recommence, en testant si **42** est **divisible par 2**.

La réponse est « oui » et **42 : 2 = 21**

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & \end{array}$$

On recommence, en testant si **21** est divisible par 2.

La réponse est « non » !

On teste alors le nombre premier suivant dans la liste.

Est-ce que **21** est **divisible par 3**.

La réponse est « oui ».

Et on a : **21 : 3 = 7**

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & \end{array}$$

7 est un nombre premier divisible uniquement par 1 et **lui même**.

Et on a **7 : 7 = 1**.

C'est fini, on trouve **1** !

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

La décomposition en produit de facteurs premiers de 84 se lit dans la colonne de droite. 

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

Partie 3 : Application aux fractions

Méthode : Simplifier une fraction en utilisant des décompositions en produit de facteurs premiers

 Vidéo <https://youtu.be/HkqUaPYgwQM>

Simplifier la fraction $\frac{153}{85}$.

Correction

Pour simplifier une fraction, il faut décomposer son numérateur et son dénominateur en produit de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 153 & 3 \\ 51 & 3 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 85 & 5 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

On a ainsi les décompositions de 153 et 85 :

$$153 = 3 \times 3 \times 17$$

$$85 = 5 \times 17$$

$$\text{Donc : } \frac{153}{85} = \frac{3 \times 3 \times 17}{5 \times 17} = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5}.$$

© Copyright

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales