

# ARITHMÉTIQUE

▶ **Tout le cours en vidéo** : <https://youtu.be/al9oHwrlTNo>

Le mot vient du grec « arithmos » = nombre. En effet, l'arithmétique est la science des nombres. Citons la célèbre conjecture de Goldbach énoncée en 1742 et à ce jour jamais démontrée : « Tout nombre entier pair est la somme de deux nombres premiers »

## Partie 1 : Divisibilité

Propriétés : Un nombre entier est divisible :

- par 2, si son chiffre des unités est pair (se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8).
- par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5,
- par 10, si son chiffre des unités est 0,
- par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par 3,
- par 9, si la somme de ses chiffres est divisible par 9.



Exemples :

a) 15 est divisible par 3 et par 5.

On peut dire alors que 3 et 5 sont des **diviseurs** de 15.

Mais on peut également dire que 15 est un **multiple** de 3 ou de 5.

b) 456 est divisible par 3.

En effet,  $4 + 5 + 6 = 15$  est divisible par 3.

Méthode : Déterminer les diviseurs d'un nombre

▶ **Vidéo** <https://youtu.be/sSgrHMyFrl>

Dresser la liste des diviseurs de 24.

**Correction**

24 est divisible par **1** et **24**.

Pour les autres, l'astuce est de les chercher par couple.

Par exemple, **2** divise 24 donc **12** divise également 24 car  $2 \times 12 = 24$ .

En poursuivant ainsi, on trouve la liste des diviseurs de 24 :

**1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.**

## Partie 2 : Nombres premiers

1) Définition

Définition : Un nombre est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs qui sont 1 et lui-même.

Exemples :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ... Cette liste est infinie.

Remarque :

Le nombre 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur.

 Vidéo [https://youtu.be/N1gY8G\\_Y5k4](https://youtu.be/N1gY8G_Y5k4)

Méthode : Déterminer si un nombre est premier ou non

 Vidéo <https://www.youtube.com/watch?v=g9PLLhnCv88>

6 et 11 sont-ils des nombres premiers ?

**Correction :**

- 6 peut s'écrire  $2 \times 3$  et a donc 2 et 3 comme diviseurs en plus de 1 et 6. 6 a donc plus que deux diviseurs et n'est alors pas premier.
- 11 n'a pas d'autres diviseurs que 1 et 11 donc il est premier.

*Divertissement :*

Le nombre 73939133 est un nombre premier. Si on retire à chaque fois son dernier chiffre, il reste premier.

Ainsi,

73939133

7393913

739391

73939

7393

739

73

7 sont tous premiers.

2) Décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiersExemples :

-  $20 = 2 \times 2 \times 5$  est une décomposition du nombre 20 en produit de facteurs premiers.

En effet, chaque facteur de la décomposition est un nombre premier.

-  $231 = 3 \times 7 \times 11$

-  $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$

**Propriété :** Tout nombre non premier peut se décomposer en produit de facteurs premiers. L'ordre des facteurs n'a pas d'importance.

Méthode : Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers

 Vidéo <https://youtu.be/RBE2wPIKagI>

 Vidéo <https://youtu.be/QoRWa45dQig>

Décomposer 300 en produit de facteurs premiers.

**Correction :**

Pour le faire, il est important de bien connaître le début de la liste des nombres premiers :

2, 3, 5, 7, 11, 13, ...

On commence par tester si 300 est divisible par 2 (1<sup>er</sup> nombre premier).

La réponse est « oui » car 300 se termine par un chiffre pair.

Et on a :  $300 : 2 = 150$

$$\begin{array}{r|l} 300 & 2 \\ \hline 150 & \end{array}$$

On recommence, en testant si **150** est **divisible par 2**.  
La réponse est « oui » et  $150 : 2 = 75$

300	2
150	2
75	

On recommence, en testant si **75** est divisible par 2.  
La réponse est « non » !  
On teste alors le nombre premier suivant dans la liste.  
Est-ce que **75** est **divisible par 3** ?  
La réponse est « oui » car  $7+5=12$  est divisible par 3.  
Et on a :  $75 : 3 = 25$

300	2
150	2
75	3
25	

On recommence, en testant si **25** est divisible par 3.  
La réponse est « non » !  
On teste alors le nombre premier suivant dans la liste.  
Est-ce que **25** est **divisible par 5** ?  
La réponse est « oui » et on a  $25 : 5 = 5$ .

300	2
150	2
75	3
25	5
5	

On recommence, en testant si **5** est **divisible par 5**.  
La réponse est « oui » et on a  $5 : 5 = 1$ .

C'est fini, on trouve **1** !

300	2
150	2
75	3
25	5
5	5
1	

La décomposition en produit de facteurs premiers de 300 se lit dans la colonne de droite.

$$300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

## Partie 3 : Application aux fractions

Définition : On dit qu'une fraction est **irréductible**, lorsque son numérateur et son dénominateur n'ont pas de diviseur commun autre que 1.

Exemples :

- $\frac{4}{9}$  est une fraction irréductible car les diviseurs de 4 sont 1, 2 et 4 et les diviseurs de 9 sont 1, 3 et 9.

Le seul diviseur commun de 4 et de 9 est 1.

- $\frac{2}{8}$  n'est pas une fraction irréductible car les diviseurs de 2 sont 1 et 2 et les diviseurs de 8 sont 1, 2, 4 et 8.

2 et 8 ont deux diviseurs communs 1 et 2.

## Méthode : Rendre une fraction irréductible

 Vidéo <https://youtu.be/qZaTliAWkA0>

Rendre irréductible la fraction  $\frac{60}{126}$ .

### Correction :

Pour rendre une fraction irréductible, il faut décomposer son numérateur et son dénominateur en produit de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

On a ainsi les décompositions de 60 et 126 :  $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$  et  $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$

$$\text{On a : } \frac{60}{126} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

10 et 21 n'ont pas de diviseur commun (autre que 1).

$$\frac{10}{21} \text{ est la fraction irréductible égale à } \frac{60}{126}$$



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)