

CALCUL LITTÉRAL

▶ Tout le cours sur les développements en vidéo : <https://youtu.be/gSa851JJn6c>

▶ Tout le cours sur les factorisations en vidéo : <https://youtu.be/kQGwtMOHbra>

Partie 1 : Somme et produit

▶ Vidéo <https://youtu.be/FTi9WQsq3w>

Exemples :

Sommes (ou différence) de termes	Produits de facteurs
$x - 3$	$(6x + 1) \times (x - 1)$
$(2x + 4) + 3x$	$2 \times (1 + 6x)$
$(5 - x) - (9 + 9x)$	$(8 - x) \times (2 + x)$
$3 + (2 + 3x)(x - 2)$	$(3 + 8x) \times (x - 8)^2$

Définitions :

Développer c'est transformer un produit en une somme.

Factoriser c'est transformer une somme en un produit.

$$\begin{array}{c}
 \text{DEVELOPPER} \\
 \xrightarrow{\hspace{2cm}} \\
 x(4 - y) = 4x - xy \\
 \xleftarrow{\hspace{2cm}} \\
 \text{FACTORISER}
 \end{array}$$

Partie 2 : Développement

1. Distributivité simple

Exemple :

$$\begin{array}{c}
 \textcircled{2} \quad 6 \times 5 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 \textcircled{1} \quad 6 \times x \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 6 \quad (x + 5)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cc}
 \textcircled{1} & \textcircled{2} \\
 6x & + & 30
 \end{array}$$

Formule de distributivité :

$$a(b + c) = ab + ac$$

Méthode : Développer une expression

▶ Vidéo https://youtu.be/S_ckQpWzmG8

▶ Vidéo <https://youtu.be/URNld8xsXgM>

Développer les expressions suivantes :

$$A = 4(5 + x)$$

$$B = 5(x - 2)$$

$$C = (4x + 6) \times 3$$

$$D = -6(-2x + 4)$$

$$E = -x(2 - 3x)$$

$$F = -(5 - x)$$

Correction

$$A = 4(5 + x) = 20 + 4x$$

$$B = 5(x - 2) = 5x - 10$$

$$C = (4x + 6) \times 3 = 12x + 18$$

$$D = -6(-2x + 4) = 12x - 24$$

$$E = -x(2 - 3x) = -2x + 3x^2$$

$$F = -(5 - x) = -5 + x \text{ « Un - devant une parenthèse change les signes dans la parenthèse »}$$

Rappel : Règle des signes

+ par + devient +

- par - devient +

+ par - devient -

- par + devient -

2. Double-distributivité

Exemple :

$$(2 + 5x)(x + 4) = 2x + 8 + 5x^2 + 20x$$

Formule de double distributivité :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Méthode : Appliquer la double distributivité pour développer

▶ Vidéo <https://youtu.be/1EP0mbvoAIU>

▶ Vidéo https://youtu.be/YS-3JI_z2f0

▶ Vidéo <https://youtu.be/o6qVMmA3oTQ>

Développer et réduire les expressions :

$$A = (2x + 3)(x + 8)$$

$$B = (-3 + x)(4 - 5x)$$

$$C = 2(3 + x)(3 - 2x)$$

$$D = 2x(1 - x) - (x - 3)(3x + 2)$$

Correction

$$A = (2x + 3)(x + 8)$$

$$= 2x^2 + 16x + 3x + 24$$

$$= 2x^2 + 19x + 24$$

$$B = (-3 + x)(4 - 5x)$$

$$= -12 + 15x + 4x - 5x^2$$

$$= -5x^2 + 19x - 12$$

$$C = 2(3 + x)(3 - 2x)$$

$$= 2(9 - 6x + 3x - 2x^2)$$

$$= 2(-2x^2 - 3x + 9)$$

$$= -4x^2 - 6x + 18$$

$$\begin{aligned}
 D &= 2x(1-x) - (x-3)(3x+2) \\
 &= 2x - 2x^2 - (3x^2 + 2x - 9x - 6) \\
 &= 2x - 2x^2 - 3x^2 - 2x + 9x + 6 \\
 &= -5x^2 + 9x + 6
 \end{aligned}$$

Partie 3 : Factorisation

Méthode : Factoriser une expression (1)

 Vidéo <https://youtu.be/r3AzqvgLcl8>

Pour factoriser, il faut trouver dans chaque terme un **facteur commun**.

Trouver le **facteur commun** de ces expressions, puis factoriser et réduire si possible :

$$A = 3,5x - 4,2x + 2,1x$$

$$B = 4t - 5tx + 3t$$

$$C = 4x - 4y + 8$$

$$D = x^2 + 3x - 5x^2$$

$$E = 3t + 9u + 3$$

$$F = 3x^2 - x$$

Correction

$$A = 3,5x - 4,2x + 2,1x$$

$$= x(3,5 - 4,2 + 2,1)$$

$$= 1,4x$$

$$C = 4x - 4y + 4 \times 2$$

$$= 4(x - y + 2)$$

$$E = 3t + 3 \times 3u + 3 \times 1$$

$$= 3(t + 3u + 1)$$

$$B = 4t - 5tx + 3t$$

$$= t(4 - 5x + 3)$$

$$= t(7 - 5x)$$

$$D = x \times x + 3x - 5x \times x$$

$$= x(x + 3 - 5x)$$

$$= x(-4x + 3)$$

$$F = 3x \times x - 1x$$

$$= x(3x - 1)$$

Méthode : Factoriser une expression (2)

 Vidéo <https://youtu.be/UGTFELhE9Dw>

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 3(2 + 3x) - (5 + 2x)(2 + 3x)$$

$$B = (2 - 5x)^2 - (2 - 5x)(1 + x)$$

$$C = 5(1 - 2x) - (4 + 3x)(2x - 1)$$

Correction

Pour factoriser, il faut trouver dans chaque terme un **facteur commun**.

$$A = 3(2 + 3x) - (5 + 2x)(2 + 3x) \quad \text{Le facteur commun est } 2 + 3x.$$

$$= (2 + 3x)(3 - (5 + 2x))$$

$$= (2 + 3x)(3 - 5 - 2x)$$

$$= (2 + 3x)(-2 - 2x)$$

$$B = (2 - 5x)^2 - (2 - 5x)(1 + x)$$

$$= (2 - 5x)(2 - 5x) - (2 - 5x)(1 + x)$$

$$= (2 - 5x)((2 - 5x) - (1 + x))$$

$$= (2 - 5x)(2 - 5x - 1 - x)$$

$$= (2 - 5x)(1 - 6x)$$

Lorsque le facteur commun n'est pas immédiatement apparent, il est parfois possible de modifier l'écriture d'un des termes de l'expression pour faire apparaître un **facteur commun** :

$$C = 5(1 - 2x) - (4 + 3x)(2x - 1)$$

$$= 5(1 - 2x) + (4 + 3x)(1 - 2x)$$

$$= 5(1 - 2x) + (4 + 3x)(1 - 2x)$$

$$= (1 - 2x)(5 + (4 + 3x))$$

$$= (1 - 2x)(9 + 3x)$$

Partie 4 : Identités remarquables

Propriété :

DEVELOPPER

➔

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

➔

FACTORISER

Exemples :

📺 Vidéo <https://youtu.be/A8U1QVW7RaU>

$$(x + 3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(x - 5)^2 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 - 10x + 25$$

$$(2x - 1)(2x + 1) = (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1.$$

1) Les identités remarquables pour développer

Méthode : Appliquer les identités remarquables pour développer (1)

📺 Vidéo <https://youtu.be/U98Tk89SJ5M>

Développer et réduire éventuellement :

$$A = (x + 3)^2$$

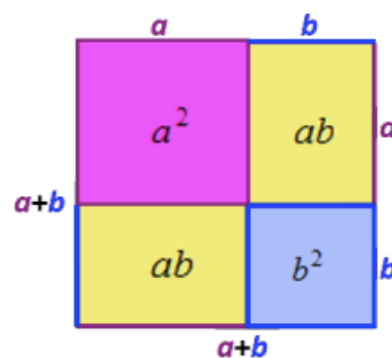
$$D = (2x + 3)(2x - 3)$$

$$B = (3x - 4)^2$$

$$E = (4 - 3x)(3x + 4)$$

$$C = (x - 3)(x + 3)$$

Illustration géométrique de la 1^{ère} identité remarquable :
En considérant les aires dans le carré, on a : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



📺 Vidéo <https://youtu.be/wDAdBXIZNK4>

Correction

$$A = (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 3^2 \quad 2ab = 2 \times x \times 3 \\ = x^2 + 6x + 9$$

$$B = (3x - 4)^2 = (3x)^2 - 24x + 4^2 \quad 2ab = 2 \times 3x \times 4 \\ = 9x^2 - 24x + 16$$

$$C = (x - 3)(x + 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$$

$$D = (2x + 3)(2x - 3) = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$$

$$E = (4 - 3x)(3x + 4) = (4 - 3x)(4 + 3x) = 4^2 - (3x)^2 = 16 - 9x^2$$

Méthode : Appliquer les identités remarquables pour développer (2)

 Vidéo <https://youtu.be/7va96s4OfiM>

Développer et réduire en utilisant les identités remarquables :

$$A = (2x - 3)^2 + (x + 5)(3 - x)$$

$$B = (x - 3)(x + 3) - (4 - 3x)^2$$

$$C = 2(x + 3) + (2x + 3)(2x - 3)$$

Correction

$$A = (2x - 3)^2 + (x + 5)(3 - x) \\ = 4x^2 - 12x + 9 + 3x - x^2 + 15 - 5x \\ = 3x^2 - 14x + 24$$

$$B = (x - 3)(x + 3) - (4 - 3x)^2 \\ = x^2 - 9 - (16 - 24x + 9x^2) \\ = x^2 - 9 - 16 + 24x - 9x^2 \\ = -8x^2 + 24x - 25$$

$$C = 2(x + 3) + (2x + 3)(2x - 3) \\ = 2x + 6 + (2x)^2 - 3^2 \\ = 2x + 6 + 4x^2 - 9 \\ = 4x^2 + 2x - 3$$

2) Les identités remarquables pour factoriser**Méthode : Factoriser en appliquant les identités remarquables (1)**

 Vidéo <https://youtu.be/T9T4leYGEe4>

Factoriser :

$$A = x^2 - 2x + 1$$

$$D = 25 + 16x^2 - 40x$$

$$B = 4x^2 + 12x + 9$$

$$E = 1 - 49x^2$$

$$C = 9x^2 - 4$$

Correction

Retrouvons les termes a^2 $2ab$ b^2 des identités remarquables.

$$A = x^2 - 2x + 1 \quad (2^{\text{e}} \text{ identité remarquable avec } a = x \text{ et } b = 1) \\ = (x - 1)^2$$

$$B = 4x^2 + 12x + 9 \quad (1^{\text{re}} \text{ identité remarquable avec } a = 2x \text{ et } b = 3) \\ = (2x + 3)^2$$

$$C = 9x^2 - 4 \quad \text{pas de } 2ab \quad (3^{\text{e}} \text{ identité remarquable avec } a = 3x \text{ et } b = 2) \\ = (3x - 2)(3x + 2)$$

$$D = 25 + 16x^2 - 40x \quad (2^{\text{e}} \text{ identité remarquable avec } a = 5 \text{ et } b = 4x) \\ = 25 - 40x + 16x^2 \\ = (5 - 4x)^2$$

$$E = 1 - 49x^2 \quad \text{pas de } 2ab \quad (3^{\text{e}} \text{ identité remarquable avec } a = 1 \text{ et } b = 7x) \\ = (1 - 7x)(1 + 7x)$$

Méthode : Factoriser en appliquant les identités remarquables (2)

▶ Vidéo <https://youtu.be/nLRRUMRyfZg>

▶ Vidéo <https://youtu.be/tO4p9TzMrIs>

Factoriser et réduire :

$$A = (2x + 3)^2 - 64$$

$$B = 1 - (2 - 5x)^2$$

Correction

$$A = (2x + 3)^2 - 64 \quad (3^{\text{e}} \text{ identité remarquable avec } a = 2x + 3 \text{ et } b = 8) \\ = (2x + 3)^2 - 8^2 \\ = ((2x + 3) - 8)((2x + 3) + 8) \\ = (2x + 3 - 8)(2x + 3 + 8) \\ = (2x - 5)(2x + 11)$$

$$B = 1 - (2 - 5x)^2 \quad (3^{\text{e}} \text{ identité remarquable avec } a = 1 \text{ et } b = 2 - 5x) \\ = 1^2 - (2 - 5x)^2 \\ = (1 - (2 - 5x))(1 + (2 - 5x)) \\ = (1 - 2 + 5x)(1 + 2 - 5x) \\ = (-1 + 5x)(3 - 5x)$$



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales

Yvan Monka – Académie de Strasbourg – www.maths-et-tiques.fr