

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES

Partie 1 : Calculs à l'aide d'un tableau croisé

Définition :

On appelle **probabilité conditionnelle de B sachant A**, la probabilité que l'événement B se réalise sachant que l'événement A est réalisé. On la note : $P_A(B)$.

Méthode : Calculer une probabilité conditionnelle à l'aide d'un tableau croisé

 Vidéo <https://youtu.be/7tS60nk6Z2I>

Un laboratoire pharmaceutique a réalisé des tests sur 800 patients atteints d'une maladie. Certains sont traités avec le médicament A, d'autres avec le médicament B. Le tableau présente les résultats de l'étude :

	Médicament A	Médicament B	Total
Guéri	383	291	674
Non guéri	72	54	126
Total	455	345	800

1) On choisit au hasard un patient et on considère les événements suivants :

A : « Le patient a pris le médicament A. »

G : « Le patient est guéri. »

Calculer : a) $P(A)$ b) $P(G)$ c) $P(G \cap A)$ d) $P(\bar{G} \cap A)$

2) a) On choisit maintenant au hasard un patient guéri.

Calculer la probabilité que le patient ait pris le médicament A **sachant qu'il est guéri**.

b) On choisit maintenant au hasard un patient traité par le médicament B.

Calculer la probabilité que le patient soit guéri **sachant qu'il a pris le médicament B**.

Correction

1) a) La probabilité qu'un patient soit traité avec le médicament A est égale à :

$$P(A) = \frac{455}{800} \approx 0,57 = 57 \%$$

b) La probabilité qu'un patient soit guéri est égale à : $P(G) = \frac{674}{800} \approx 0,84 = 84 \%$.

c) La probabilité qu'un patient soit guéri et qu'il soit traité par le médicament A est égale à

$$P(G \cap A) = \frac{383}{800} \approx 0,48 = 48 \%$$

d) La probabilité qu'un patient ne soit pas guéri et qu'il soit traité par le médicament A

$$\text{est égale à : } P(\bar{G} \cap A) = \frac{72}{800} \approx 0,09 = 9 \%$$

2) a)

	Médicament A	Médicament B	Total
Guéri	383	291	674
Non guéri	72	54	126
Total	455	345	800

La probabilité que le patient ait pris le médicament A **sachant qu'il est guéri** se note $P_G(A)$ et est égale à $P_G(A) = \frac{383}{674} \approx 0,57 = 57\%$. On regarde uniquement **la ligne des patients guéris**.

b) La probabilité que le patient soit guéri **sachant qu'il a pris le médicament B** se note $P_B(G)$ et est égale à $P_B(G) = \frac{291}{345} \approx 0,84 = 84\%$. On regarde uniquement **la colonne du médicament B**.

Partie 2 : Calculs à l'aide de la formule

$$\text{Propriété : } P_A(B) = \frac{\text{Card}(A \cap B)}{\text{Card}(A)}$$

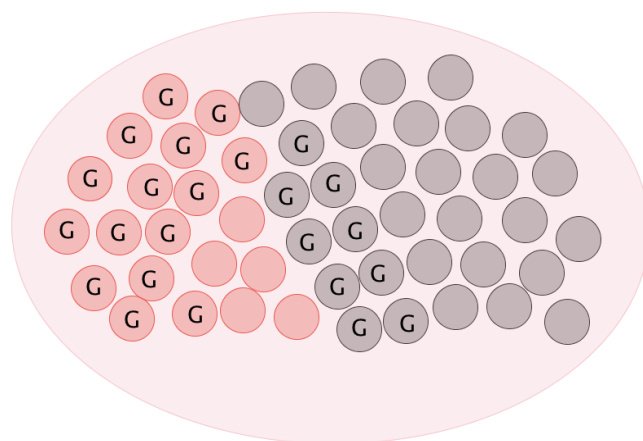
On rappelle que Cardinal de A, noté $\text{Card}(A)$, désigne le nombre d'issues de l'événement A.

Méthode : Calculer une probabilité conditionnelle à l'aide de la formule

 Vidéo <https://youtu.be/FR49wu-pVmE>

Un sac contient 50 boules, dont :

- 20 boules rouges,
 - 30 boules noires,
- où il est marqué soit "Gagné" ou soit "Perdu".
- Sur 15 boules rouges, il est marqué Gagné.
 - Sur 9 boules noires, il est marqué Gagné.



On tire au hasard une boule dans le sac.

Soit R l'événement "On tire une boule rouge".

Soit G l'événement "On tire une boule marquée Gagné".

Soit $R \cap G$ est l'événement "On tire une boule rouge marquée Gagné".

- a) Calculer la probabilité de tirer une boule marquée Gagné sachant qu'elle est rouge.
- b) Calculer la probabilité de tirer une boule marquée Gagné sachant qu'elle est noire.

Correction

a) Sur 15 boules rouges, il est marqué Gagné, donc $Card(R \cap G) = 15$.

Le sac contient 20 boules rouges, donc $Card(R) = 20$.

La probabilité qu'on tire une boule marquée Gagné sachant qu'elle est rouge est :

$$P_R(G) = \frac{Card(R \cap G)}{Card(R)} = \frac{15}{20} = 0,75.$$

b) Sur 9 boules noires, il est marqué Gagné, donc $Card(\bar{R} \cap G) = 9$.

\bar{R} désigne l'événement « On tire une boule qui n'est pas rouge », soit « On tire une boule qui est noire ».

Le sac contient 30 boules noires, donc $Card(\bar{R}) = 30$.

La probabilité qu'on tire une boule marquée Gagné sachant qu'elle est noire est :

$$P_{\bar{R}}(G) = \frac{Card(\bar{R} \cap G)}{Card(\bar{R})} = \frac{9}{30} = 0,3.$$



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales