ÉQUATIONS

Tout le cours en vidéo : https://youtu.be/Z0i031tldpQ

I. Solution d'une équation

INCONNUE : C'est une lettre qui désigne un nombre inconnu : → x

EQUATION : C'est une égalité qui contient une ou des inconnues : → $10x - 2 = 2x + 3$

RESOUDRE UNE EQUATION : C'est chercher et trouver le nombre inconnu.

SOLUTION : C'est la valeur de l'inconnue : → $x = 0{,}625$

Vérification :
10 x 0,625 - 2 = 2 x 0,625 + 3, donc 0,625 est bien solution.

Méthode : Vérifier si un nombre est solution d'une équation

Vidéo https://youtu.be/PLuSPM6rJKI

Vérifier si 14 est solution de l'équation $4(x - 2) = 3x + 6$

On remplace x par 14 dans l'égalité.
4 (14 − 2) = 3 x 14 + 6
Oui, 14 est solution !

II. Résoudre un problème

Méthode : Mettre un problème en équation

Vidéo https://youtu.be/q3ijSWk1iF8

Une carte d'abonnement pour le cinéma coûte 10 €.
Avec cette carte, le prix d'une entrée est de 4 €.

1) Calculer le prix à payer pour 2, 3, puis 10 entrées.

2) Soit x le nombre d'entrées.
Exprimer en fonction de x le prix à payer :
   a) sans compter l'abonnement,
   b) en comptant l'abonnement.

3) Avec la carte d'abonnement, un client du cinéma a payé 42 € en tout. Combien d'entrées a-t-il achetées ?

1) Pour 2 entrées : 10 + 2 x 4 = 18 €

Pour 3 entrées : 10 + 3 x 4 = 22 €
Pour 10 entrées : 10 + 10 x 4 = 50 €

2) a) $4x$ b) $4x + 10$

3) $4x + 10 = 42$
En prenant $x = 8$, on a : 4 x 8 + 10 = 42
Le client a acheté 8 entrées.

II. Résolution d'équations

1) Introduction

Soit l'équation : $2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$

But : Trouver x !
C'est-à-dire : isoler x dans l'équation pour arriver à :
x = nombre

Les différents éléments d'une équation sont liés ensemble par des opérations.
Nous les désignerons « liens faibles » (+ et −) et « liens forts » (x et :). Ces derniers marquent en effet une priorité opératoire. Pour signifier que le lien est fort, le symbole « x » peut être omis.
Dans l'équation ci-dessus, par exemple, $2x$ et $5x$ sont juxtaposés par le lien faible « − ». Par contre, 2 et x sont juxtaposés par un lien fort « x » qui est omis.

Dans l'équation $2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$, on reconnaît des membres de la famille des x et des membres de la famille des nombres juxtaposés par des « liens faibles ».

Pour obtenir « x = nombre », on considèrera que la famille des x habite à gauche de la « barrière = » et la famille des nombres habite à droite.
Résoudre une équation, c'est clore deux petites réceptions où se sont réunis des x et des nombres. Une se passe chez les x et l'autre chez les nombres. La fête est finie, chacun rentre chez soi.
On sera ainsi menés à effectuer des mouvements d'un côté à l'autre de la « barrière = » en suivant des règles différentes suivant que le lien est fort ou faible.

2) Avec « lien faible »

*Le savant perse Abu Djafar Muhammad ibn Musa **al Khwarizmi** (Bagdad, 780-850) est à l'origine des méthodes appelées « al jabr » (=le reboutement ; le mot est devenu "algèbre" aujourd'hui) et « al muqabala » (=la réduction).*

Elles consistent en :
- ***al jabr :***
Dans l'équation, un terme négatif est accepté mais al Khwarizmi *s'attache à s'en débarrasser au plus vite. Pour cela, il ajoute son opposé des deux côtés de l'équation.*
Par exemple : $4x - 3 = 5$ *devient* $4x - 3 + 3 = 5 + 3$ *soit* $4x = 5 + 3$.
- ***al muqabala :***
Les termes positifs semblables sont réduits.
Par exemple : $4x = 9 + 3x$ *devient* $x = 9$. *On soustrait* $3x$ *de chaque côté de l'égalité.*

Méthode : Résoudre une équation (1)

Vidéo **https://youtu.be/uV_EmbYu9_E**

Résoudre : $2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$

1ere étape : *chacun rentre chez soi !*

$2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$
$2x + 5x - 3x - 3x = + 2 + 4$

2e étape : *réduction (des familles)*

$x = 6$

Pour un lien faible, chaque déplacement par-dessus « la barrière = » se traduit par un changement de signe de l'élément déplacé.

3) Avec « lien fort »

La méthode qui s'appelait « al hatt » consistait à diviser les deux membres de l'équation par un même nombre.

Méthode : Résoudre une équation (2)

Vidéo **https://youtu.be/mK8Y-v-K0cM**
Vidéo **https://youtu.be/BOq2Lk9Uyw8**

Résoudre les équations suivantes :

1) $2x = 6$ 2) $-3x = 4$ 3) $\frac{x}{-3} = 4$ 4) $\frac{7}{9}x = -2$

1) $2x = 6$
$\frac{2}{2}x = \frac{6}{2}$
$x = 3$

On divise chaque membre par 2 afin de se débarrasser du « 2 » au membre de gauche.

2) $-3x = 4$
$\frac{-3}{-3}x = \frac{4}{-3}$
$x = -\frac{4}{3}$

On divise chaque membre par -3.

3) $\dfrac{x}{-3} = 4$

$\dfrac{x}{-3} \times (-3) = 4 \times (-3)$ On multiplie chaque membre par -3.

$x = 4 \times (-3)$

$x = -12$

4) $\dfrac{7}{9}x = -2$

$\dfrac{9}{7} \times \dfrac{7}{9}x = -2 \times \dfrac{9}{7}$ On multiplie chaque membre par $\dfrac{9}{7}$.

$x = -2 \times \dfrac{9}{7}$

$x = -\dfrac{18}{7}$

4) Avec les deux

Méthode : Résoudre une équation (3)

Vidéo https://youtu.be/QURskM271bE

Résoudre : $4x + 5 - 3x - 4 = 3x + 2 + x$

$$
\begin{aligned}
4x + 5 - 3x - 4 &= 3x + 2 + x \\
4x - 3x - x - 3x &= 2 + 4 - 5 \quad \leftarrow 1. \\
-3x &= 1 \quad \leftarrow 2. \\
x &= \frac{1}{-3} \quad \leftarrow 3. \\
x &= -\frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

Étapes successives :

1. Chacun rentre chez soi : liens faibles
2. Réduction
3. Casser le dernier lien fort

Comment en est-on arrivé là ?

	Aujourd'hui	$4x^2 + 3x - 10 = 0$
René Descartes	*Vers 1640*	$4xx + 3x \propto 10$
François Viète	*Vers 1600*	**4 in A quad + 3 in A aequatur 10**
Simon Stevin	*Fin XVIe*	**4② + 3① egales 10⓪**
Tartaglia	*Début XVIe*	**4q p 3R equale 10N**
Nicolas Chuquet	*Fin XVe*	**4^2 p 3^1 egault 10^0**
Luca Pacioli	*Fin XVe*	**Quattro qdrat che gioto agli tre n^0 facia 10** (traduit par 4 carrés joints à 3 nombres font 10)
Diophante	*IIIe*	$\Delta^Y\delta$ $\zeta\gamma$ $\varepsilon\sigma\tau\iota$ ι (traduit par inconnue carré 4 et inconnue 3 est 10)
Babyloniens et Egyptiens	*IIe millénaire avant J.C.*	***Problèmes se ramenant à ce genre d'équation.***

TP info : « Recherche de la solution d'une équation »
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.pdf
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.ods (Feuille de calcul OOo)

© Copyright

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.
www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales