

# ÉQUATIONS

▶ Tout le cours en vidéo : <https://youtu.be/WoTpA2RyuVU>

TP info : Al Khwarizmi

[http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Alkhwa\\_Rech.pdf](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Alkhwa_Rech.pdf)



La méthode de résolution des équations (*muadala*) découverte par le perse *Abu Djafar Muhammad ibn Musa al Khwarizmi* (Bagdad, 780-850) consiste en :

- **al jabr** (le reboutement,  $4x - 3 = 5$  devient  $4x = 5 + 3$ ), le mot est devenu "algèbre" aujourd'hui. Dans l'équation, un terme négatif est accepté mais *al Khwarizmi* s'attache à s'en débarrasser au plus vite. Pour cela, il ajoute son opposé des deux côtés de l'équation.
- **al muqabala** (la réduction,  $4x = 9 + 3x$  devient  $x = 9$ )

Les termes semblables sont réduits.

A cette époque, la « famille des nombres » est appelée *dirham* et la « famille des  $x$  » est appelée *chay* (=chose), devenu plus tard *xay* en espagnol qui explique l'origine du  $x$  dans les équations.

## Partie 1 : Notion d'équation

**INCONNUE** : C'est une lettre qui cache un nombre cherché :

$$\rightarrow x$$

**EQUATION** : C'est une opération « à trous » dont « les trous » sont remplacés par une inconnue :

$$\rightarrow 10x - 2 = 2x + 3$$

**RESOUDRE UNE EQUATION** : C'est chercher et trouver le nombre caché sous l'inconnue.

**SOLUTION** : C'est le nombre caché sous l'inconnue :

$$\rightarrow x = 0,625$$

**VÉRIFICATION** : On remplace la solution dans l'équation.

$$\rightarrow 10 \times 0,625 - 2 = 2 \times 0,625 + 3, \text{ donc } 0,625 \text{ est solution.}$$

**Méthode** : Vérifier si un nombre est solution d'une équation

▶ Vidéo <https://youtu.be/PLuSPM6rJKI>

Vérifier si 14 est solution de l'équation  $4(x - 2) = 3x + 6$

### Correction

On remplace la valeur 14 dans les deux membres de l'équation.

• D'une part :

$$4(x - 2) = 4(14 - 2) = 4 \times 12 = 48$$

• D'autre part :

$$3x + 6 = 3 \times 14 + 6 = 42 + 6 = 48$$

14 vérifie l'équation  $4(x - 2) = 3x + 6$  donc 14 est solution !

TP info : « Recherche de la solution d'une équation »  
[http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech\\_sol.pdf](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.pdf)  
[http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech\\_sol.ods](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.ods) (Feuille de calcul OOo)

## Partie 2 : Résolution d'équations

But : Trouver  $x$  !

C'est-à-dire : isoler  $x$  dans l'équation pour arriver à :

$x =$  nombre

### 1) Rappels sur les équations vues en 4<sup>e</sup>

Méthode : Résoudre une équation

 Vidéo <https://youtu.be/quzC5C3a9jM>

Résoudre les équations : 1)  $-5x + 3 = -3x + 2$

2)  $3(x + 4) = -(x + 5) + 2$

### Correction

1)  $-5x + 3 = -3x + 2$

$$-5x + 3x = 2 - 3$$

← On ramène les «  $x$  » à gauche et les « nombres » à droite.

$$-2x = -1$$

← Réduire

$$x = \frac{-1}{-2}$$

← On divise par  $-2$ .

$$x = \frac{1}{2}$$

2)  $3(x + 4) = -(x + 5) + 2$

$$3x + 12 = -x - 5 + 2$$



On applique la distributivité

$$3x + x = -12 - 5 + 2$$

$$4x = -15$$

$$x = -\frac{15}{4}$$

### 2) Équation produit

Si  $a \times b = 0$ , que peut-on dire de  $a$  et  $b$  ?

« Faire des essais sur des exemples, puis conclure ... ! »

Propriété : Si  $a \times b = 0$  alors  $a = 0$  ou  $b = 0$ .

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

### Méthode : Résoudre une équation-produit

▶ Vidéo <https://youtu.be/APj1WPPNUgo>

▶ Vidéo <https://youtu.be/VNGFmMt1W3Y>

Résoudre les équations :

$$\text{a) } (4x + 6)(3 - 7x) = 0 \quad \text{b) } 4x^2 + x = 0 \quad \text{c) } x^2 - 25 = 0 \quad \text{d) } x^2 - 3 = 0$$

#### Correction

a) Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

$$\text{Alors : } 4x + 6 = 0 \quad \text{ou} \quad 3 - 7x = 0$$

$$4x = -6 \quad -7x = -3$$

$$x = -\frac{6}{4} \quad x = \frac{-3}{-7}$$

$$x = -\frac{3}{2} \quad x = \frac{3}{7} \quad S = \left\{ -\frac{3}{2}; \frac{3}{7} \right\}$$

$$\text{b) } 4x^2 + x = 0$$

$$x(4x + 1) = 0$$

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

$$\text{Alors : } x = 0 \quad \text{ou} \quad 4x + 1 = 0$$

$$4x = -1$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{4}; 0 \right\}$$

$$\text{c) } x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 - 5^2 = 0$$

$$(x - 5)(x + 5) = 0$$

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

$$\text{Alors : } x - 5 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 5 = 0$$

$$x = 5 \quad x = -5$$

$$S = \{-5; 5\}$$

$$\text{d) } x^2 - 3 = 0$$

$$(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$$

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

$$\text{Alors : } x - \sqrt{3} = 0 \quad \text{ou} \quad x + \sqrt{3} = 0$$

$$x = \sqrt{3} \quad x = -\sqrt{3}$$

$$S = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$$

## Partie 3 : Application à la résolution de problèmes

Méthode : Mettre un problème en équation

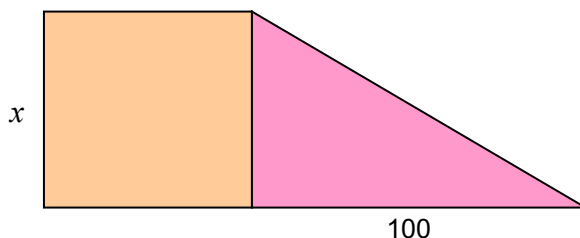
 Vidéo [https://youtu.be/fIObKE\\_CyHw](https://youtu.be/fIObKE_CyHw)

Deux agriculteurs possèdent des champs ayant un côté commun de longueur inconnue. L'un est de forme carrée, l'autre à la forme d'un triangle rectangle de base 100m. Sachant que les deux champs sont de surface égale, calculer leurs dimensions.



### Correction

On désigne par  $x$  la longueur du côté commun.  
Les données sont représentées sur la figure suivante :



L'aire du champ carré est égale à  $x^2$ .

L'aire du champ triangulaire est égale à  $\frac{100x}{2} = 50x$

Les deux champs étant de surface égale, le problème peut se ramener à résoudre l'équation :

$$x^2 = 50x$$

Soit  $x^2 - 50x = 0$

$$x(x - 50) = 0$$

Si un produit de facteurs est nul alors l'un au moins des facteurs est nul.

Alors  $x = 0$  ou  $x - 50 = 0$

$$x = 0 \text{ ou } x = 50$$

La première solution ne convient pas à la situation du problème. On en déduit que le premier champ est un carré de côté de longueur 50 m et le deuxième est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 100 m et 50 m.

Activité de groupe : Moquettes !

<http://www.maths-et-tiques.fr/telech/MOQUETTES.pdf>



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)