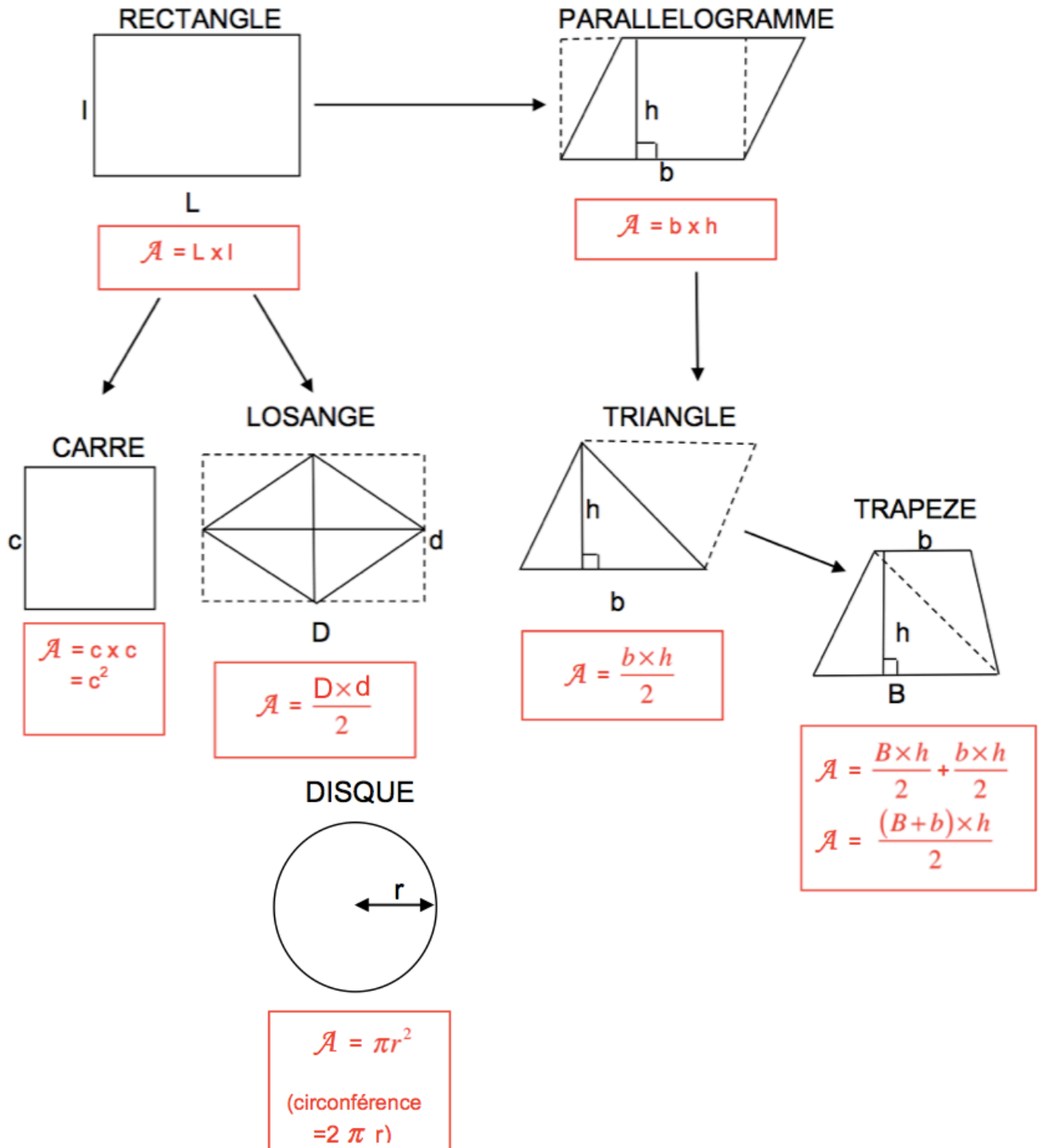
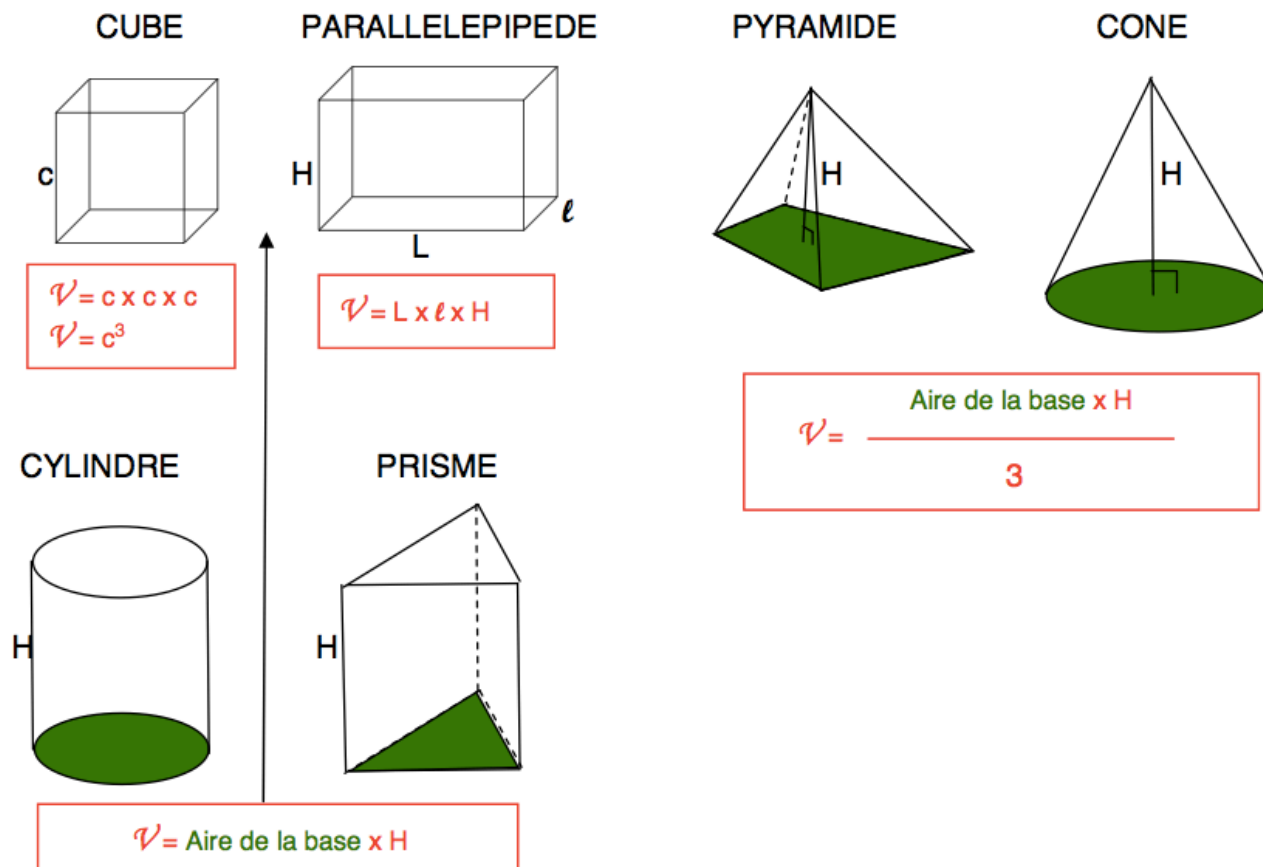


ESPACE (Partie 2)

I. Volumes

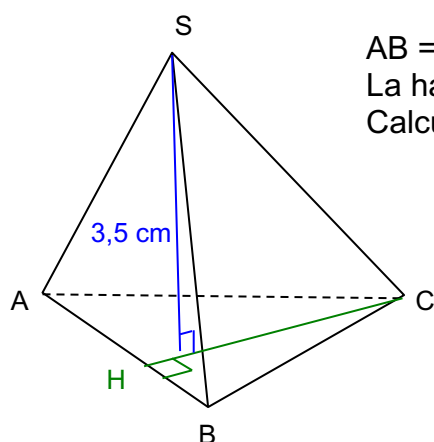
1) Rappels : formules d'aires



2) Formules de volumes

Méthode : Calculer le volume d'une pyramide

 Vidéo https://youtu.be/KKon_cIVd9k



$AB = 4 \text{ cm}$ et $CH = 5 \text{ cm}$.

La hauteur de la pyramide est de $3,5 \text{ cm}$

Calculer son volume arrondi au centième de cm^3 .

Calcul de l'aire de la base :

La base est un triangle de hauteur $CH = 5 \text{ cm}$.

$$A = \frac{b \times h}{2} = \frac{4 \times 5}{2} = 10 \text{ cm}^2$$

Calcul du volume de la pyramide :

La pyramide a pour hauteur $H = 3,5$ cm.

$$V = \frac{A \times H}{3} = \frac{10 \times 3,5}{3} = \frac{35}{3} \text{ cm}^3 \approx 11,67 \text{ cm}^3$$

Calcul du volume d'un cône :

 Vidéo <https://youtu.be/kMssaNRPXz8>

II. Agrandissement et réduction

1) Exemple d'introduction : Une pyramide réduite

Les faces CBA et CBD de la pyramide sont des triangles rectangles en B et la base DBA est un triangle rectangle et isocèle en B.
 $CB = 6$ cm et $AB = 4$ cm.

1) Calculer :

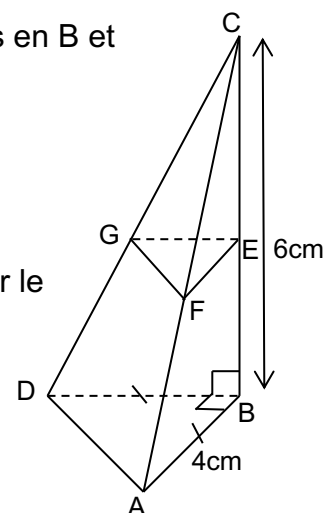
- L'aire du triangle DBA ;
- Le volume de la pyramide CDAB.

2) On coupe la pyramide par un plan parallèle à la base passant par le point E tel que $CE = 3$ cm.

La pyramide CGFE est une réduction de la pyramide CDAB.

Calculer :

- Le coefficient de réduction ;
- L'aire du triangle GEF ;
- Le volume de la pyramide CGFE.



$$1) \bullet A_{DBA} = B \times h : 2 = 4 \times 4 : 2 = 8 \text{ cm}^2$$

$$\bullet V_{CABD} = A_{DBA} \times H : 3 = 8 \times 6 : 3 = 16 \text{ cm}^3$$

$$2) \bullet \frac{CE}{CB} = \frac{3}{6} = 0,5$$

0,5 est le coefficient de réduction.

→ Les longueurs sont multipliées par 0,5.

$$\bullet (EF = GE = 0,5 \times 4 = 2 \text{ cm})$$

$$A_{GEF} = B \times h : 2 = 2 \times 2 : 2 = 2 \text{ cm}^2$$

Compléter : $A_{GEF} = ? \times A_{DBA}$

$$2 = ? \times 8$$

$$? = 2 : 8 = 0,25 (= 0,5^2)$$

$$A_{GEF} = 0,5^2 \times A_{DBA}$$

→ Les aires sont multipliées par $0,5^2$.

$$\bullet V_{CEFG} = A_{GEF} \times H : 3 = 2 \times 3 : 3 = 2 \text{ cm}^3$$

$$\text{Compléter : } V_{CEFG} = ? \times V_{CABD}$$

$$2 = ? \times 16$$

$$? = 2 : 16 = 0,125 (= 0,5^3)$$

$$V_{CEFG} = 0,5^3 \times V_{CABD}$$

→ Les volumes sont multipliés par $0,5^3$.

2) Propriétés

Propriétés :

Pour un agrandissement ou une réduction de rapport k ,

-les longueurs sont multipliées par k ,

-les aires sont multipliées par k^2 ,

-les volumes sont multipliés par k^3 .

Remarque : Dans la pratique, on applique directement la propriété.

3) Application

Méthode : Appliquer un agrandissement ou une réduction

▶ Vidéo <https://youtu.be/YBwMKghrSOE>

Le récipient représenté ci-contre a une forme conique et a pour dimensions : $OM = 6 \text{ cm}$ et $SO = 12 \text{ cm}$.

1) Calculer, en cm^3 , le volume de ce récipient.

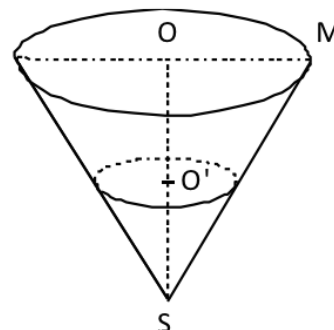
Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième de cm^3 .

2) On remplit d'eau le récipient jusqu'au point O' tel que $SO' = 4,5 \text{ cm}$.

Le cône formé par l'eau est une réduction du cône initial.

Calculer le coefficient de réduction.

3) Déduire une valeur approchée du volume d'eau.



1) Aire de la base du récipient :

Il s'agit d'un disque de rayon $OM = 6 \text{ cm}$, donc : $A = \pi R^2 = \pi \times 6^2 = 36\pi$

Volume du récipient :

Il s'agit d'un cône de hauteur $SO = 12 \text{ cm}$, donc :

$$V = \frac{\text{Aire base} \times H}{3} = \frac{36\pi \times 12}{3} = 144\pi \text{ cm}^3 = 452,4 \text{ cm}^3$$

2) Coefficient de réduction :

Le coefficient de réduction est le rapport de deux longueurs qui se correspondent sur les deux solides. On prend ici les hauteurs SO et SO' des deux solides.

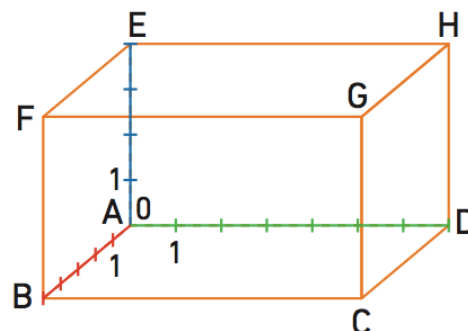
$$k = \frac{SO'}{SO} = \frac{4,5}{12} = 0,375$$

3) Pour une réduction de rapport $k=0,375$, les volumes sont multipliés par $k^3=0,375^3$. Ainsi, le volume du petit cône correspondant à l'eau dans le récipient est égal à :
 $V' = 452,4 \times 0,375^3 = 23,9 \text{ cm}^3$.

III. Repérage dans l'espace

1) Repère de l'espace

Un parallélépipède peut définir un repère de l'espace. Il faut choisir une origine (ici le point A) et trois axes gradués définis à partir des dimensions du parallélépipède : **abscisse** – **ordonnée** – **altitude**

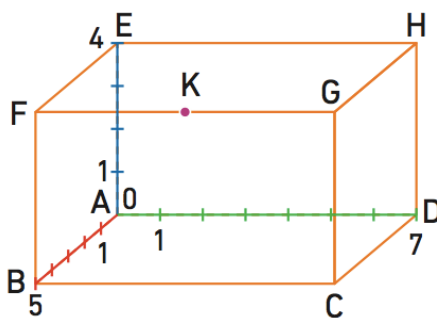


Méthode : Se repérer sur le parallélépipède rectangle

Vidéo <https://youtu.be/OTUHNsf1Gek>

On donne le repère de l'espace représenté ci-dessous défini à partir du parallélépipède ABCDEFGH.

Donner l'**abscisse**, l'**ordonnée** et l'**altitude** des sommets du parallélépipède et du milieu K du segment [FG].



Pour chaque point, on note dans l'ordre entre parenthèses l'**abscisse**, l'**ordonnée** et l'**altitude**.

A(0 ; 0 ; 0)

E(0 ; 0 ; 4)

K(3,5 ; 5 ; 4)

B(0 ; 5 ; 0)

F(0 ; 5 ; 4)

C(7 ; 5 ; 0)

G(7 ; 5 ; 4)

D(7 ; 0 ; 0)

H(7 ; 0 ; 4)

© Copyright

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales