

FONCTIONS AFFINES – Chapitre 1/2

▶ Tout le cours en vidéo : https://youtu.be/n5_pRx4ozlg

Partie 1 : Fonction affine, fonction linéaire, fonction constante

▶ Vidéo <https://youtu.be/XOwoyupaPx0>

Exemple :

Voici les tarifs d'entrée pour un stade de football :

- Tarif 1 : 8 € l'entrée
- Tarif 2 : 4 € l'entrée avec la carte demi-tarif qui coûte 40 €
- Tarif 3 : l'abonnement pour la saison qui coûte 92 €



Soit x le nombre d'entrées.

On a calculé pour chaque tarif, la dépense pour $x = 6$ entrées.

Nombre d'entrées x	$x = 6$
Tarif 1	$8 \times 6 = 48 \text{ €}$
Tarif 2	$4 \times 6 + 40 = 64 \text{ €}$
Tarif 3	92 €

On exprime en fonction de x la dépense pour chaque tarif.

Tarif 1 : $8 \times x$

On a défini une fonction qu'on appelle f et on note : $f(x) = 8x$

Tarif 2 : $4 \times x + 40$

On a défini une fonction qu'on appelle g et on note : $g(x) = 4x + 40$

Tarif 3 : 92

On a défini une fonction qu'on appelle h et on note : $h(x) = 92$

Définitions :

Une fonction de la forme :

$x \mapsto ax + b$ est appelée **fonction affine**

$x \mapsto ax$ est appelée **fonction linéaire**

$x \mapsto b$ est appelée **fonction constante**.

Exemple :

On reprend l'exemple précédent :

- Tarif 1 : $f : x \mapsto 8x$ est une fonction linéaire.

Ici, le prix est proportionnel au nombre d'entrées.

Une fonction linéaire traduit une situation de proportionnalité.

- Tarif 2 : $g : x \mapsto 4x + 40$ est une fonction affine.
- Tarif 3 : $h : x \mapsto 92$ est une fonction constante.
Ici, le prix est constant quel que soit le nombre d'entrées.

Propriété : Une fonction linéaire est une fonction affine telle que $b = 0$.

Méthode : Reconnaître une fonction affine

 Vidéo <https://youtu.be/r5f6kS-8ePM>

Justifier que les fonctions suivantes sont affines en donnant la valeur de a et de b dans l'écriture $x \mapsto ax + b$.

- 1) $f(x) = 2x + 1$
- 2) $g(x) = x$
- 3) $h(x) = 2 - x$
- 4) $k(x) = 3$
- 5) $l(x) = 3(x - 1)$

Correction

Une fonction affine s'écrit sous la forme $x \mapsto ax + b$

$$1) f(x) = 2x + 1 \qquad a = 2 \quad b = 1$$

$$2) g(x) = x = 1x + 0 \qquad a = 1 \quad b = 0$$

L'écriture $g(x) = x$ est sous la forme $x \mapsto ax$ avec $a = 1$ donc la fonction est aussi linéaire.

$$3) h(x) = 2 - x = -1x + 2 \qquad a = -1 \quad b = 2$$

$$4) k(x) = 3 = 0x + 3 \qquad a = 0 \quad b = 3$$

L'écriture $k(x) = 3$ est sous la forme $x \mapsto b$ avec $b = 3$ donc la fonction est aussi constante.

$$\begin{aligned} 5) l(x) &= 3(x - 1) \\ &= 3 \times x - 3 \times 1 \\ &= 3x - 3 \qquad a = 3 \quad b = -3 \end{aligned}$$

Partie 2 : Image, antécédent (rappels)

Exemple :

On reprend l'exemple précédent :

1) Avec le tarif 2, on calcule le prix dépensé pour 18 entrées.

On a donc : $x = 18$

Calculons $g(18) = 4 \times 18 + 40 = 112$

Avec le tarif 2 : 18 entrées coûtent 112 €.

On dit que 112 est l'**IMAGE** de 18 par g et on note :

$g(18) = 112$ ou

$g : 18 \mapsto 112$

2) On cherche maintenant x tel que $g(x) = 84$.

Soit :

$$4x + 40 = 84$$

$$4x = 44$$

$$x = 11$$

On dit que 11 est un **ANTÉCÉDENT** de 84 par g et on note :

$g(11) = 84$ ou

$g : 11 \mapsto 84$

Interprétation :

Avec le tarif 2, 11 entrées coûtent 84 €.

Partie 3 : Représentation graphique d'une fonction affine



Vidéo <https://youtu.be/OQ37ZFZngZg>

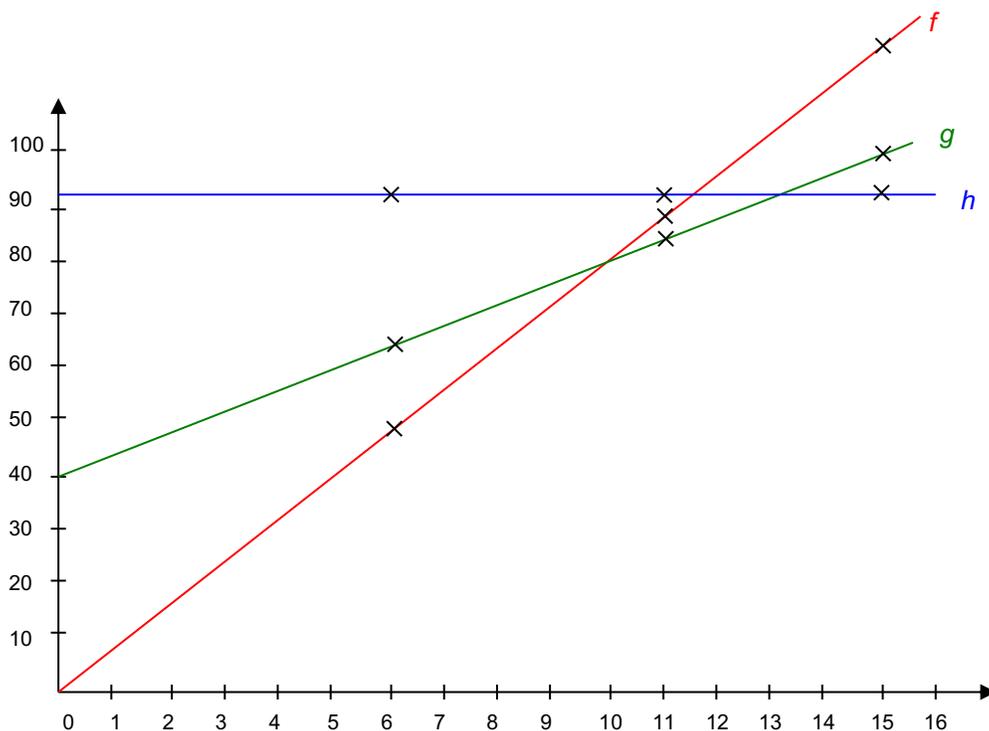
Exemple :

On poursuit l'exemple précédent :

Pour chaque tarif, on souhaite représenter sur un même graphique la dépense en fonction du nombre d'entrées.

Pour construire ces représentations graphiques, on utilise le tableau de valeurs suivant :

x	6	11	15
Tarif 1 : $f(x) = 8x$	48	88	120
Tarif 2 : $g(x) = 4x + 40$	64	84	100
Tarif 3 : $h(x) = 92$	92	92	92



Les représentations graphiques sont des droites.

Propriétés : 1) Une fonction affine est représentée par une droite.
 2) Une fonction linéaire est représentée par une droite passant par l'origine.
 3) Une fonction constante est représentée par une droite parallèle à l'axe des abscisses.

Méthode : Représenter graphiquement une fonction affine

▶ Vidéo <https://youtu.be/7xyYABOyKjM>

Représenter graphiquement les fonctions affines suivantes :

- 1) $f(x) = 4x$
- 2) $g(x) = 2x - 5$

Correction

Une fonction affine est représentée par une droite.

Or, pour tracer une droite, il suffit de déterminer deux points.

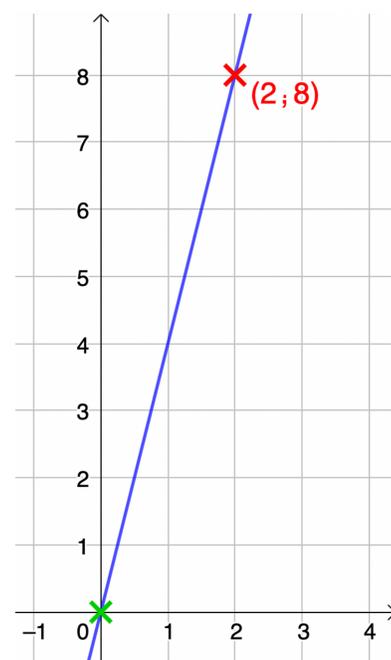
1) ● f est une fonction linéaire, donc sa droite représentative passe par l'origine.

- Déterminons un deuxième point appartenant à la droite :

Par exemple : si $x = 2$, alors $f(2) = 4 \times 2 = 8$.

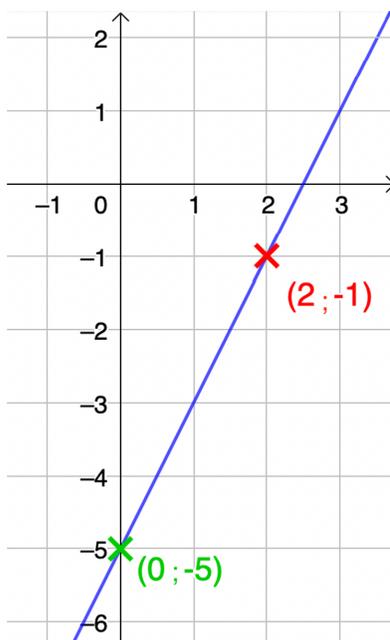
Le point de coordonnées $(2 ; 8)$ appartient à la droite.

- On trace ainsi la droite passant par l'origine et le point de coordonnées $(2 ; 8)$.



2) g est une fonction affine, déterminons deux points appartenant à sa droite représentative :

- Par exemple : si $x = 0$, alors $g(0) = 2 \times 0 - 5 = -5$. Le point de coordonnées $(0 ; -5)$ appartient à la droite.
- Par exemple : si $x = 2$, alors $g(2) = 2 \times 2 - 5 = 4 - 5 = -1$. Le point de coordonnées $(2 ; -1)$ appartient à la droite.
- On trace la droite passant par les points de coordonnées $(0 ; -5)$ et $(2 ; -1)$.



TP info : Représentations graphiques de fonctions affines
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Fonctions_affin.pdf



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales