

LES FRACTIONS (Partie I)

📺 Tout le cours en vidéo : <https://youtu.be/a0Qb812W75c>



Nous devons les **fractions** aux égyptiens, puisqu'ils sont à l'origine des fractions de numérateur 1 qui seront généralisées ensuite par les indiens. Nous trouvons à ce sujet un épisode sanglant de la mythologie égyptienne où *Seth* (Dieu de la violence) arrache l'œil à *Horus* (Dieu à tête de faucon et à corps d'homme) et le partage en 6 morceaux. Son œil est appelé OUDJAT ; chacune de ses parties symbolise une fraction de numérateur 1 et de dénominateur 2, 4, 8, 16, 32 et 64. Thot (Dieu humain) reconstitue l'œil, symbole du bien mais la somme de ces parts n'est pas égale à 1 (l'œil entier). La dernière part est fournie par Thot. Quelle fraction représente cette part ?

I. Rappels

1) Fractions égales par décomposition en produits de facteurs premiers

Définition : Un nombre est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs qui sont 1 et lui-même.

Liste des nombres premiers inférieurs à 100 :
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.

Remarques :

- Cette liste est infinie.
- Le nombre 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur.

Méthode : Déterminer des fractions égales

📺 Vidéo <https://youtu.be/HkqUaPYgwQM>

Simplifier la fraction $\frac{153}{85}$.

Pour simplifier une fraction, il faut décomposer son numérateur et son dénominateur en produits de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 153 & 3 \\ 51 & 3 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 85 & 5 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

On a ainsi les décompositions de 153 et 85 :

$$153 = 3 \times 3 \times 17 \text{ et } 85 = 5 \times 17$$

$$\text{Donc : } \frac{153}{85} = \frac{3 \times 3 \times 17}{5 \times 17} = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5}$$

2) Simplification par divisions successives

Méthode : Simplifier une fraction par divisions successives

$$\text{Simplifier la fraction } \frac{1470}{1680} .$$

On cherche une table de multiplication commune aux deux nombres et ainsi de suite...

$$\frac{1470}{1680} = \frac{147}{168} = \frac{49}{56} = \frac{7}{8}$$

(:10) (:3) (:7)

3) Mettre des fractions au même dénominateur

Méthode : Mettre des fractions au même dénominateur

Mettre au même dénominateur les couples de fractions suivantes :

$$1) \frac{4}{7} \text{ et } \frac{-5}{35} \quad 2) \frac{5}{8} \text{ et } \frac{5}{-12}$$

$$1) \frac{4}{7} \text{ et } \frac{-1}{7}$$

On a divisé par 5 le numérateur et le dénominateur de la 2^e fraction.

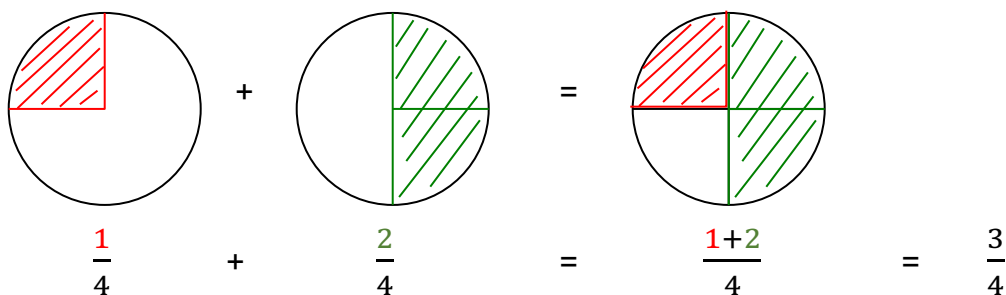
$$2) \frac{15}{24} \text{ et } \frac{-10}{24}$$

On a multiplié par 3 le numérateur et le dénominateur de la 1^{ère} fraction.

On a multiplié par -2 le numérateur et le dénominateur de la 2^e fraction.

II. Additions et soustractions de fractions

1) Si les dénominateurs sont égaux



$$\frac{a}{D} + \frac{b}{D} = \frac{a+b}{D}$$

Lorsqu'on additionne deux fractions qui ont le MÊME DENOMINATEUR, on additionne les numérateurs $a + b$ et on garde le dénominateur D .

$$\frac{a}{D} - \frac{b}{D} = \frac{a-b}{D}$$

Lorsqu'on soustrait deux fractions qui ont le MÊME DENOMINATEUR, on soustrait les numérateurs $a - b$ et on garde le dénominateur D .

2) Si les dénominateurs ne sont pas égaux

On ne peut pas additionner ou soustraire deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur. Alors, on les met au même dénominateur !

Méthode : Additionner et soustraire des fractions (2)

📺 Vidéo <https://youtu.be/nsc675xcjPc>

Calculer puis simplifier si possible :

$$A = \frac{4}{9} + \frac{1}{27}$$

$$B = \frac{-2}{3} + \frac{3}{4}$$

$$C = \frac{-7}{25} + \frac{3}{15}$$

$$D = \frac{1}{2} - \frac{-2}{6} + \frac{4}{9} + \frac{5}{-6}$$

$$E = \frac{4}{7} - \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{5} \right)$$

$$A = \frac{4}{9} + \frac{1}{27} = \frac{12}{27} + \frac{1}{27} = \frac{13}{27}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{-2}{3} + \frac{3}{4} \\
 &= \frac{-2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3} \\
 &= \frac{-8}{12} + \frac{9}{12} \\
 &= \frac{1}{12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{-7}{25} + \frac{3}{15} \\
 &= \frac{-7 \times 3}{25 \times 3} + \frac{3 \times 5}{15 \times 5} \\
 &= \frac{-21}{75} + \frac{15}{75} \\
 &= \frac{-6}{75} \\
 &= -\frac{2}{25}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{1}{2} - \frac{-2}{6} + \frac{4}{9} + \frac{5}{-6} \\
 &= \frac{9}{18} + \frac{6}{18} + \frac{8}{18} - \frac{15}{18} \\
 &= \frac{8}{18} \\
 &= \frac{4}{9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{4}{7} - \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{5} \right) \\
 &= \frac{4}{7} - \left(\frac{10}{35} + \frac{7}{35} \right) \\
 &= \frac{4}{7} - \frac{17}{35} \\
 &= \frac{20}{35} - \frac{17}{35} \\
 &= \frac{3}{35}
 \end{aligned}$$



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales