NOTION DE FONCTION

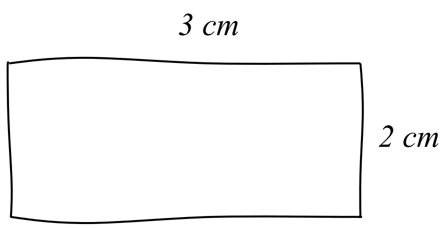
Tout le cours en vidéo : **https://youtu.be/E4SY8_L-DTA**

I. Notations et vocabulaire

Avec une ficelle de longueur 10 cm, on fabrique un rectangle.
On désigne par x la longueur d'un côté de ce rectangle.

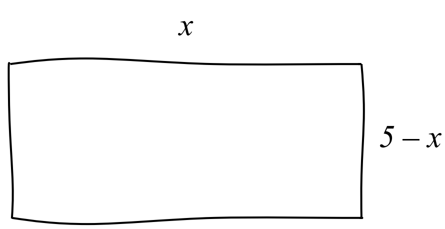
1) Calculons par exemple l'aire du rectangle pour x = 3 cm.

Dans ce cas, le rectangle a pour dimension 3 cm et 2 cm.
En effet, 3 + 3 + 2 + 2 = 10 cm.



Aire du rectangle = 3 x 2 = 6 cm^2.

2) Exprimons maintenant l'aire du rectangle en fonction de x.



Les dimensions du rectangle sont donc : x et $5 - x$.
En effet : $\mathcal{P} = 2x + 2(5 - x) = 10$ cm.

Ainsi l'aire du rectangle s'exprime par la formule $A = x(5 - x)$

3) On peut développer A.
$A = x(5 - x) = 5x - x^2$

4) On cherche la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle est la plus grande possible. On va faire des essais pour différentes valeurs de x et présenter les résultats dans un tableau de valeurs.

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
Aire	**4**	**5,25**	**6**	**6,25**	**6**	**5,25**	**4**	**2,25**

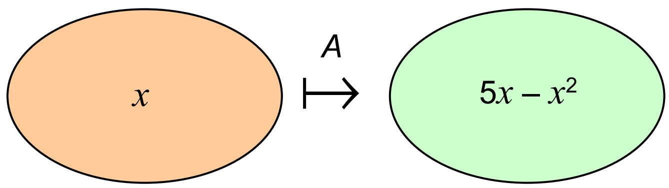
L'aire maximum semble être égal à 6,25 cm^2 lorsque x = 2,5 cm.

Pour chaque nombre x, on a fait correspondre un nombre égal à l'aire du rectangle.
Par exemple : $1 \longmapsto 4$
$2 \longmapsto 6$
Pour l'aire qui semble maximum, on a trouvé : $2{,}5 \longmapsto 6{,}25$

De façon générale, on note : $\boxed{A : x \mapsto 5x - x^2}$

$x \longmapsto 5x - x^2$ se lit « à x, on associe $5x - x^2$ »

> A est appelée une **fonction**. C'est une « machine » mathématique qui, à un nombre donné, fait correspondre un autre nombre.



nombre de départ　　nombre correspondant

L'expression A dépend de la valeur de x et varie en fonction de x.
x est appelée la **variable**.

On note ainsi : $\boxed{A(x) = 5x - x^2}$

$A(x)$ se lit « A de x ».

II. Image et antécédent par une fonction

Exemples : Dans le tableau du paragraphe **I**, on peut lire : $A(2{,}5) = 6{,}25$　　$A(1) = 4$

> On dit que :
> - l'image de 2,5 par la fonction A est 6,25.
> - un antécédent de 6,25 par A est 2,5.

$2{,}5 \longmapsto 6{,}25$

Antécédent de 6,25

Image de 2,5

Remarques :
- Un nombre possède une unique image.
- Cependant, un nombre peut posséder plusieurs antécédents.

Par exemple : les antécédents de 5,25 sont 1,5 et 3,5 (voir tableau).

Méthode : Déterminer une image et un antécédent par une fonction

Vidéo https://youtu.be/BHrBGehewi0
Vidéo https://youtu.be/EOS5bSPTZjg
Vidéo https://youtu.be/FjqPwHS7vE8

Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x} + 1$.
1) Compléter le tableau de valeurs :

x	4	10,24	16	20,25
$f(x)$				

2) Compléter alors :
a) L'image de 4 par f est …
b) Un antécédent de 5 par f est …
c) f : … $\longmapsto$ 4,2
d) $f(20{,}25)$ = …

3) Calculer $f(4{,}41)$ et $f(1310{,}44)$

1)

x	4	10,24	16	20,25
$f(x)$	**3**	**4,2**	**5**	**5,5**

2) On lit dans le tableau :
a) L'image de 4 par f est **3**.
b) Un antécédent de 5 par f est **16**.
c) f : **10,24** $\longmapsto$ 4,2
d) $f(20{,}25)$ = **5,5**

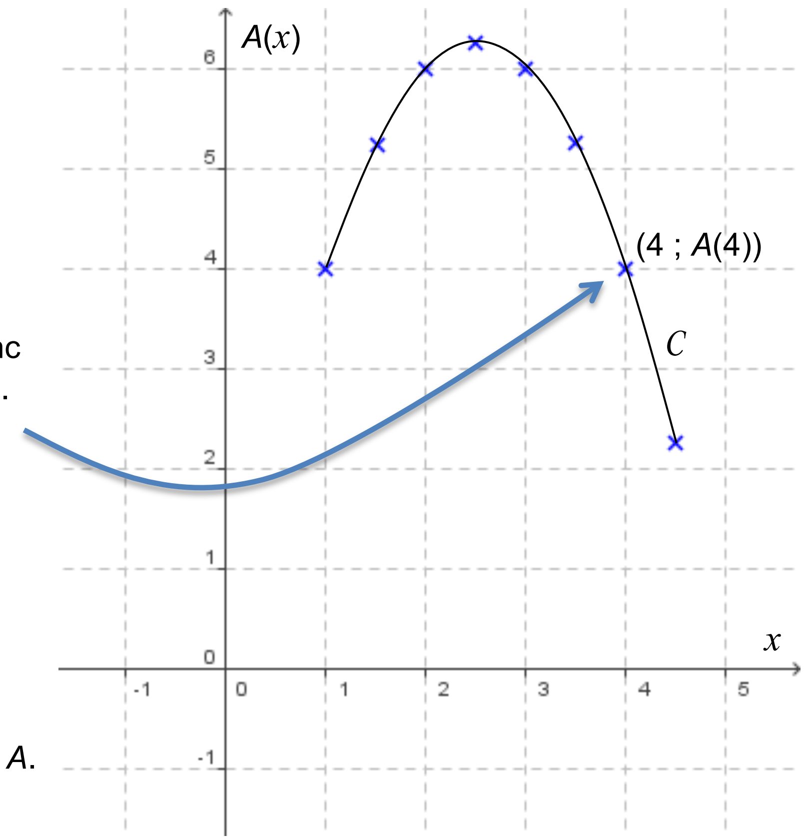
3) A l'aide de la calculatrice, on obtient :
$f(4{,}41) = \sqrt{4{,}41} + 1 = 2{,}1 + 1 =$ **3,1**
$f(1310{,}44) = \sqrt{1310{,}44} + 1 = 36{,}2 + 1 =$ **37,2**

III. Représentation graphique d'une fonction

1) Construction

Vidéo https://youtu.be/xHJNdrhzY4Q

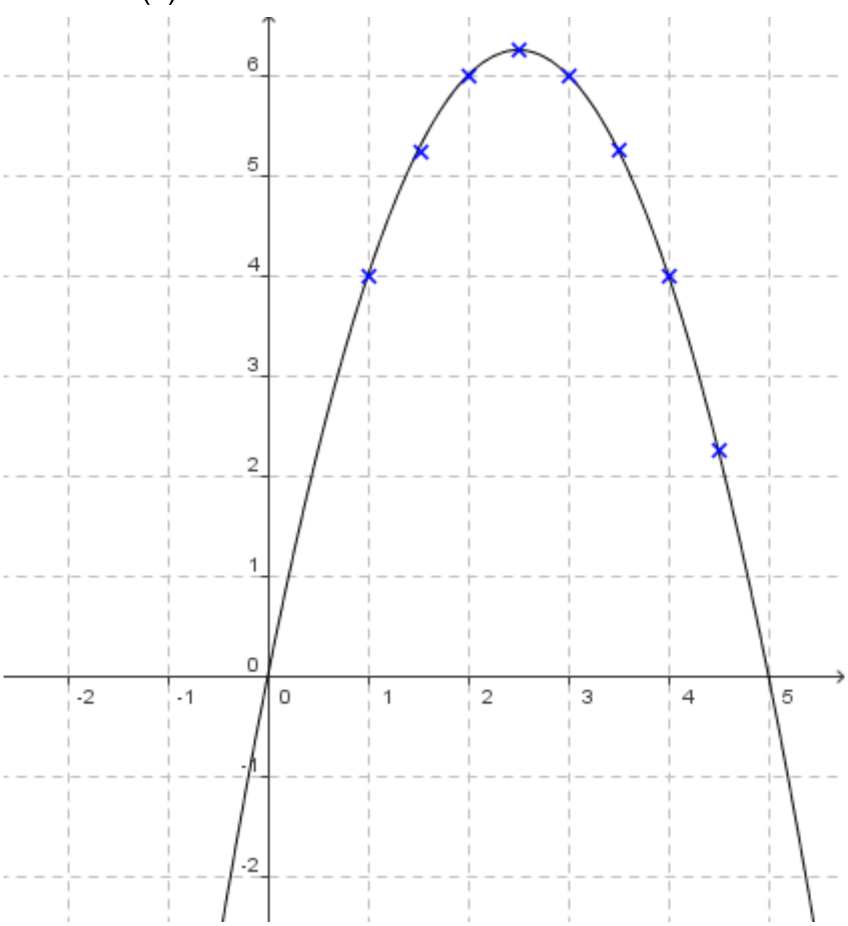
Représenter les données du tableau de valeurs du paragraphe **I.** dans un repère tel qu'on trouve en abscisse la longueur du côté du rectangle et en ordonnée son aire correspondante.



En reliant les points, on obtient une courbe *C*.
Tout point de la courbe *C* possède donc des coordonnées de la forme (x ; *A*(x)).

Ouvrir le logiciel [*GeoGebra*](http://www.geogebra.org) et saisir directement l'expression de la fonction *A*.
Dans la barre de saisie, on écriera :

a(x)=5x-x^2



La courbe représentative de la fonction *A* dépasse les limites du problème.
En effet, l'expression de la fonction *A* accepte par exemple des valeurs négatives de x, ce que les données du problème rejettent puisque x représente une longueur !

En latin, « curbus » désignait ce qui est courbé. On retrouve le mot en ancien français sous la forme de « corbe ». Le corbeau est ainsi appelé à cause de la forme de son bec.

2) Lectures graphiques

Méthode : Utiliser la représentation graphique d'une fonction

Répondre graphiquement aux questions suivantes :
1) Donner un ordre de grandeur de l'aire du rectangle si un de ces côtés mesure 0,5 cm ?
2) Qu'en est-il si un de ses côtés mesure 5 cm ?
3) Donner les dimensions d'un rectangle dont l'aire est environ égale à 1 cm^2.
4) Quelle semble être la nature du rectangle dont l'aire est maximum ?

1) $A(0,5) \approx 2,2$ cm^2.

2) $A(5) = 0$. Dans ce cas, le rectangle est aplati ; son aire est nulle.

3) Il s'agit de trouver les antécédents de 1 par la fonction A.
Par lecture graphique : $A(0,2) \approx 1$ et $A(4,8) \approx 1$
Le rectangle de dimensions 0,2 cm sur 4,8 cm possède une aire environ égale à 1 cm^2.

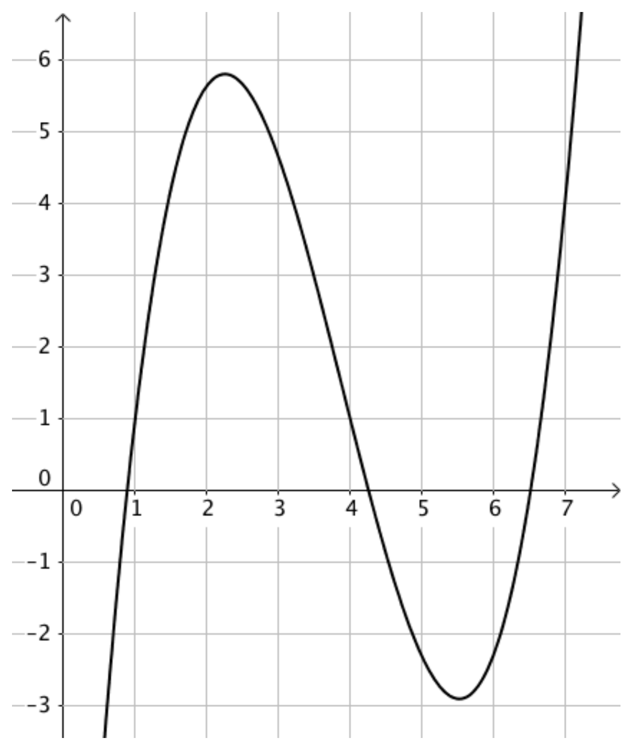
4) $A(x)$ semble maximum pour $x = 2,5$ cm.
Ainsi le rectangle dont l'aire semble maximum est un carré de côté 2,5 cm.

Méthode : Lire graphiquement une image et un antécédent

Vidéo https://youtu.be/gQUt5y8LFKk

On considère la fonction f représentée ci-contre.

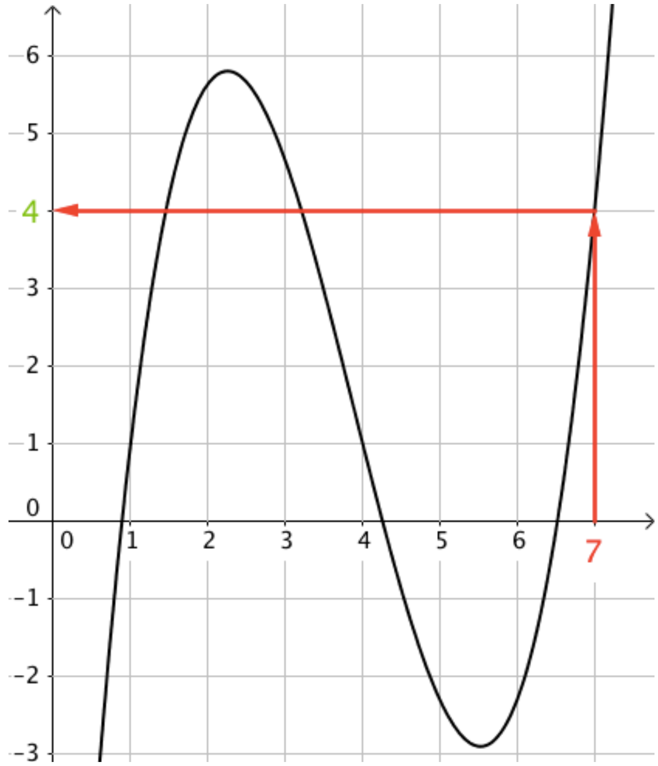
Déterminer graphiquement :
a) L'image de 7 par la fonction f.
b) Trois antécédents de 1 par la fonction f.



a) Pour déterminer l'image de 7, on « part » de l'abscisse 7, on « rejoint » la courbe et on lit la valeur correspondante sur les ordonnées.

On lit donc que l'image de 7 est 4.

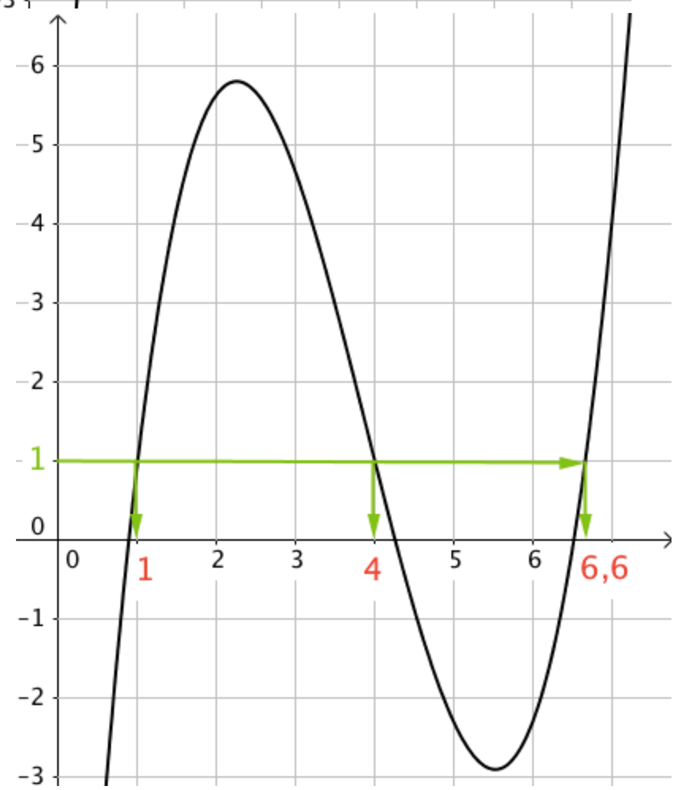
On peut noter : $f(7) = 4$.



b) Pour déterminer des antécédents de 1, on « part » de l'ordonnée 1, on « rejoint » la courbe et on lit les valeurs correspondantes sur les abscisses.

On lit donc que des antécédents de 1 sont 1, 4 et 6,6.

On peut par exemple noter : $f(4) = 1$.



TP info : « Fonctions trigonométriques »
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/TP_Trigo.pdf
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/TP_Trigo.ods (feuille de calcul OOo)