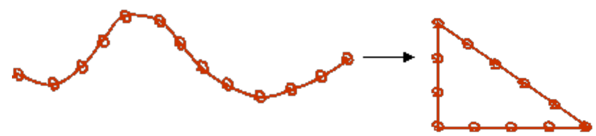
LE THÉORÈME DE PYTHAGORE (Partie 1)

Tout le cours en vidéo : https://youtu.be/QYM86GzWWG8

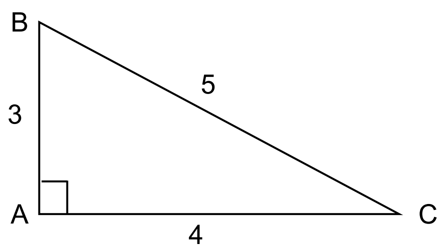
Pythagore de Samos (-569 à -475) a fondé l'école pythagoricienne (à Crotone, Italie du Sud).
Le théorème de Pythagore bien connu des élèves de 4e, n'est en fait pas une découverte de *Pythagore*, il était déjà connu par les chinois et les babyloniens 1000 ans avant lui. Pythagore (ou ses disciples) aurait découvert la formule générale.
Les Egyptiens connaissaient aussi le théorème. Ils utilisaient la corde à 13 noeuds (régulièrement répartis) qui une fois tendue formait le triangle rectangle 3 ; 4 ; 5 et permettait d'obtenir un angle droit entre deux « longueurs ».



Corde qui sera encore utilisée par les maçons du XXe siècle pour s'assurer de la perpendicularité des murs.

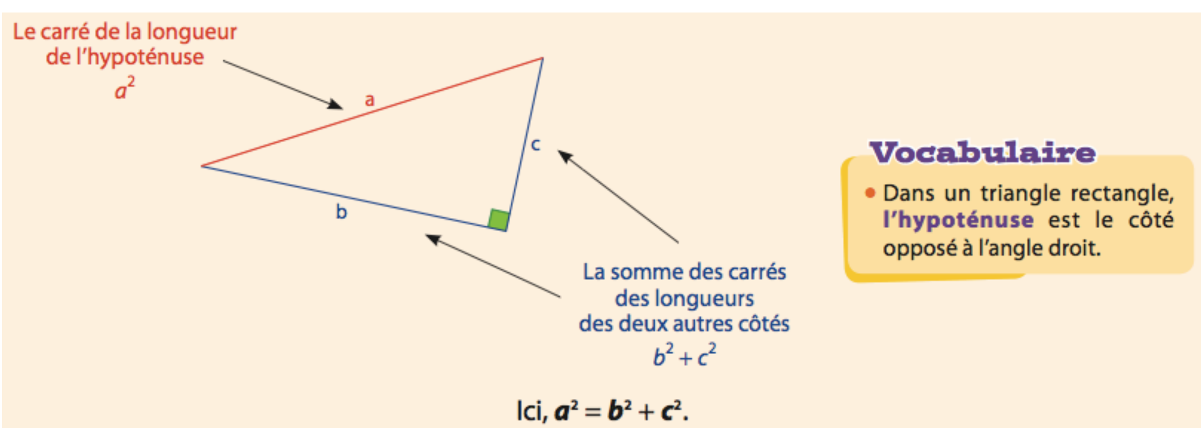
I. L'égalité de Pythagore

Exemple :



ABC est un triangle rectangle en A,
$BC^2 = 5^2 = 25$
$AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$
On constate que $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Théorème de Pythagore :
Un triangle rectangle est un triangle dont le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.



L'égalité $a^2 = b^2 + c^2$ s'appelle l'égalité de Pythagore.

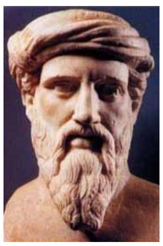
Animation : *http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Pythagore.ggb*

Écrire la formule : *http://www.maths-et-tiques.fr/telech/pyth_ecrire.pdf*

Vidéo https://youtu.be/_6ZjpAIWNkM

II. Racine carrée d'un nombre

Vidéo https://youtu.be/2g67qQnGgrE



La devise pythagoricienne était « Tout est nombre » au sens de nombres rationnels (quotient de deux entiers).
L'erreur des pythagoriciens est d'avoir toujours nié l'existence des nombres irrationnels.
Par la diagonale d'un carré de côté 1, ils trouvent le nombre inexprimable $\sqrt{2}$ qui étonne puis bouleverse les pythagoriciens. Dans un carré d'une telle simplicité niche un nombre indicible et jamais rencontré jusqu'alors. Cette découverte doit rester secrète pour ne pas rompre le fondement même de la Fraternité pythagoricienne jusqu'à ce qu'un des membres, *Hippase de Métaponte*, trahisse le secret. Celui-ci périra "curieusement" dans un naufrage !

Origine du symbole :

IIe siècle : l12 = côté d'un carré d'aire 12 (l comme latus = côté en latin)
1525, Christoph RUDOLFF, all. : *v*12 (vient du r de racine, radix en latin)
XVIe siècle, Michael STIFEL, all. : $\sqrt{12}$ (combinaison du « v » de Rudolff et de la barre « $\overline{}$ » ancêtre des parenthèses)

1) Exemples :

x^2 $\sqrt{x}$

5	7	3,1	6	8	2,36	2,3
25	49	9,61	36	64	5,5696	5,29

Par exemple, le nombre dont le carré est égal à 36 est 6 et on note : $\sqrt{36}$ = 6.

Remarque : $\sqrt{-5}$ = ?

La racine carrée de -5 est le nombre dont le carré est -5.
Un nombre au carré est toujours positif (règle des signes), donc la racine carrée d'un nombre négatif est impossible. $\sqrt{-5}$ n'existe pas !

Définition :
Soit a un nombre positif.
On appelle racine carrée de a le nombre dont le carré est égal à a.
On le note $\sqrt{a}$.

Méthode : Calculer la racine carrée d'un nombre

Dans chaque cas, trouver un nombre qui vérifie l'égalité :

1) $x^2 = 81$ 2) $y^2 = 5{,}5225$ 3) $z^2 = 14$

1) $x^2 = 81$ donc
$x = \sqrt{81} = 9$

2) $y^2 = 5{,}5225$ donc
$y = \sqrt{5{,}5225} = 2{,}35$

3) $z^2 = 14$
On cherche un nombre dont le carré est égal à 14.
Il n'existe pas de valeur connue alors on utilise la calculatrice pour obtenir une valeur approchée du résultat. En effet, il n'existe pas de valeur décimale exacte dont le carré est égal à 14.
$z = \sqrt{14} \approx 3{,}74$

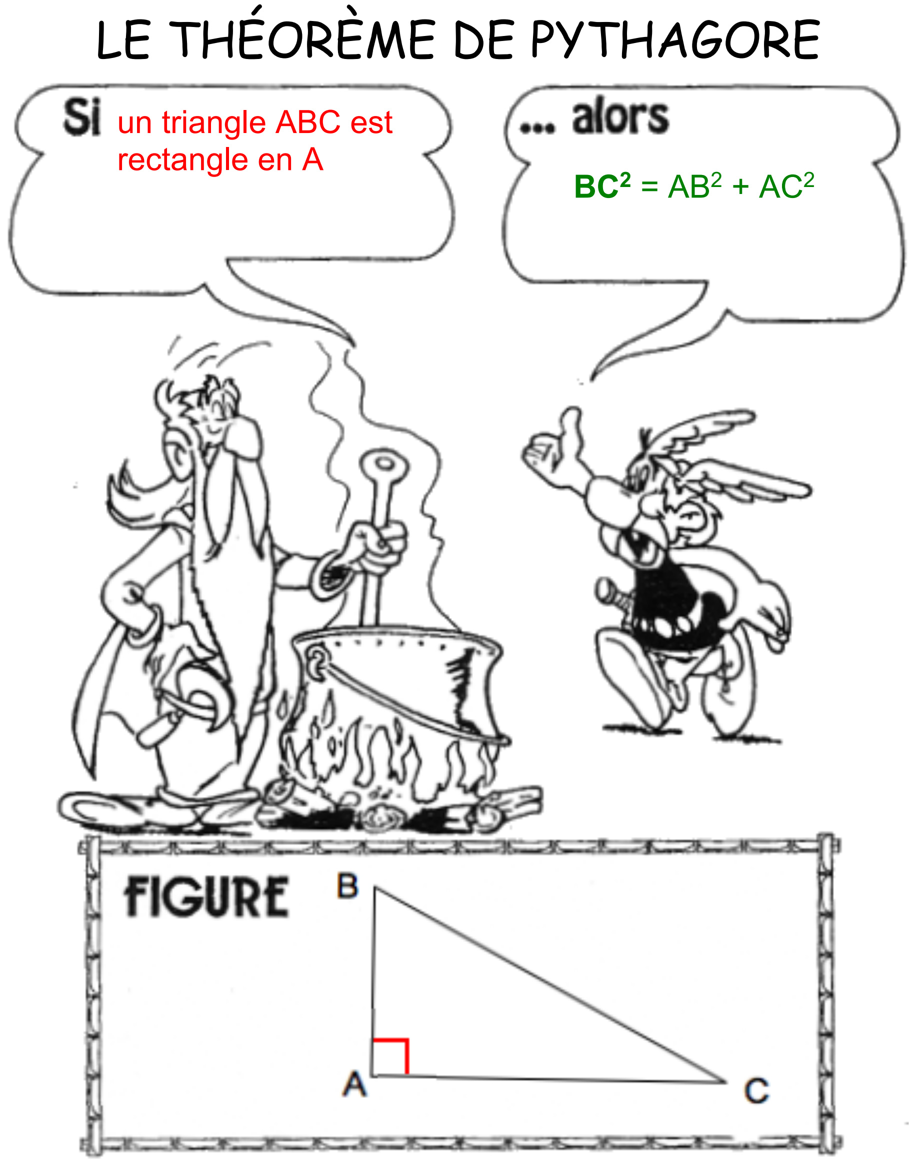
2) Racines de carrés parfaits

$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{100} = 10$
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{121} = 11$
$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{144} = 12$
$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{81} = 9$	

Ces résultats sont à connaître !

Encadrer une racine carrée par deux entiers consécutifs :
Vidéo **https://youtu.be/bjS5LW-hgWk**

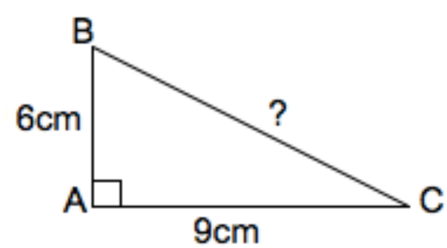
III. Calculer une longueur



Méthode : Appliquer le théorème de Pythagore pour calculer la longueur de l'hypoténuse

Vidéo https://youtu.be/M9sceJ8gzNc

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 6 cm et AC = 9 cm.
Calculer BC. Donner la valeur exacte et un arrondi au dixième de cm.



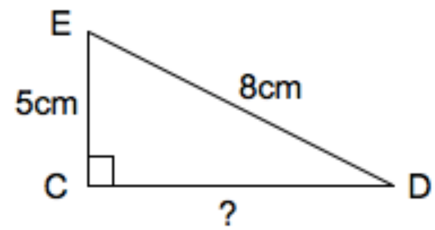
Je sais que le triangle ABC est rectangle en A.
Son hypoténuse est le côté **BC**.
J'utilise l'égalité de Pythagore, donc :
$\mathbf{BC^2} = AB^2 + AC^2$
$BC^2 = 6^2 + 9^2$

$BC^2 = 36 + 81$
$BC^2 = 117$
$BC \approx \sqrt{117}$
$BC \approx 10{,}8$ cm

Méthode : Appliquer le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté de l'angle droit

Vidéo https://youtu.be/9CIh6GGVu_w

CDE est un triangle rectangle en C tel que CE = 5 cm et ED = 8 cm.
Calculer CD. Donner la valeur exacte et un arrondi au dixième de cm.



Je sais que le triangle CDE est rectangle en C.
Son hypoténuse est le côté **ED**.
J'utilise l'égalité de Pythagore, donc :
$\mathbf{ED^2} = CE^2 + CD^2$
$8^2 = 5^2 + CD^2$
$64 = 25 + CD^2$
$CD^2 = 64 – 25$
$CD = \sqrt{39}$
$CD \approx 6{,}2$ cm