

FONCTIONS POLYNÔMES DE DEGRÉ 2 (Partie I)

I. Définition

Exemples et contre-exemples :

- $f(x) = 3x^2 + 3$

- $g(x) = x^2 - 4$

- $h(x) = 4 - 2x^2$

sont des fonctions polynômes de degré 2.

- $m(x) = 5x - 3$

est une fonction polynôme de degré 1 (fonction affine).

- $n(x) = 5x^4 - x^3 + 6x - 8$

est une fonction polynôme de degré 4.

Définition : Les fonctions définies sur \mathbb{R} par $x \mapsto ax^2$ ou $x \mapsto ax^2 + b$ sont des **fonctions polynômes du second degré**.

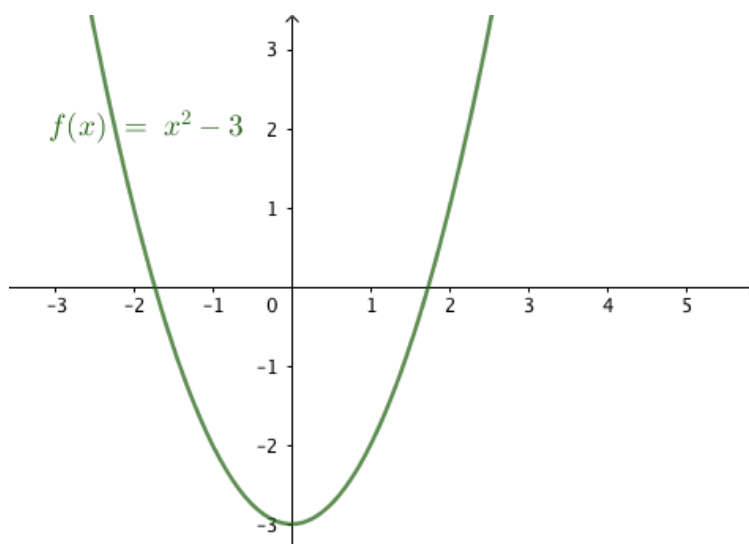
Les coefficients a et b sont des réels donnés avec $a \neq 0$.

II. Représentation graphique

1) La parabole

Exemple :

La représentation graphique d'une fonction polynôme de degré 2 s'appelle une parabole.



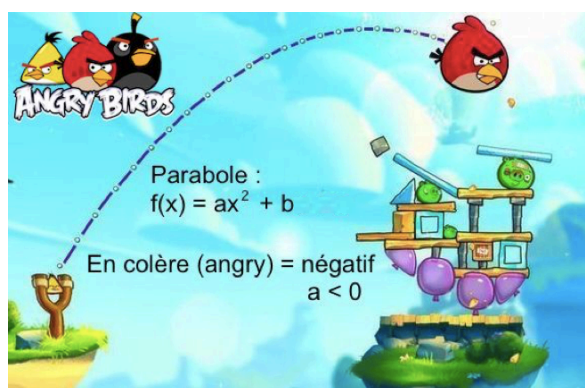
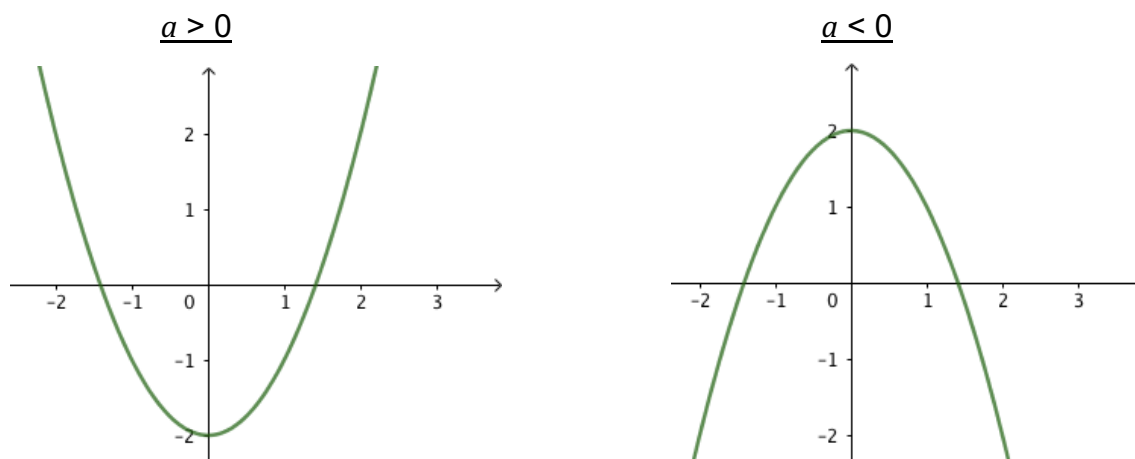
Propriétés :

Soit f une fonction polynôme du second degré, telle que $f(x) = ax^2 + b$.

- Si a est positif, f est d'abord décroissante, puis croissante : « *cuvette* ».

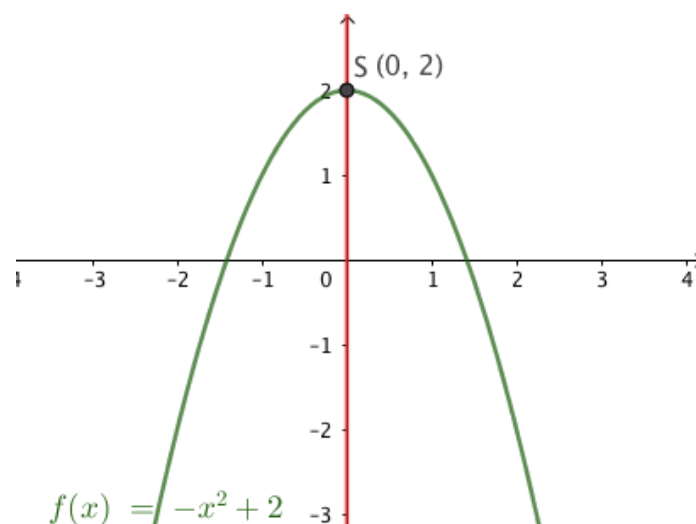
- Si a est négatif, f est d'abord croissante, puis décroissante : « *colline* ».





2) Axe de symétrie

Exemple : La fonction f telle que $f(x) = -x^2 + 2$ a pour représentation graphique une parabole dont les branches sont tournées vers le bas et dont le sommet est le point $S(0 ; 2)$. L'axe de symétrie de la parabole est l'axe des ordonnées.



Propriété : Les paraboles d'équation $y = ax^2 + b$ ont pour axe de symétrie l'axe des ordonnées et pour sommet le point de coordonnées $(0 ; b)$.

Méthode : Associer une fonction du second degré à sa représentation graphique

▶ Vidéo <https://youtu.be/hRadBik3zRk>

Associer chaque fonction à sa représentation graphique :

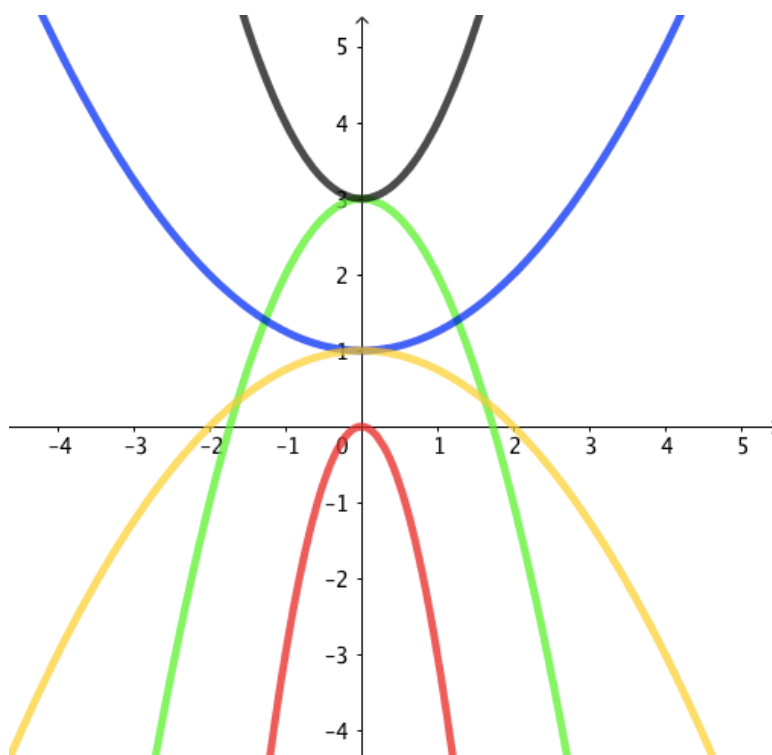
$$f(x) = -x^2 + 3$$

$$g(x) = -3x^2$$

$$h(x) = x^2 + 3$$

$$p(x) = \frac{x^2}{4} + 1$$

$$q(x) = -\frac{x^2}{4} + 1$$



- La **parabole rouge** est la seule dont le sommet est l'origine (0 ; 0). Donc $b = 0$ dans l'écriture de la fonction $x \mapsto ax^2 + b$.

Ainsi, la **parabole rouge** est la fonction g définie par $g(x) = -3x^2$.

- La **parabole verte** et la **parabole noire** ont toutes les deux pour sommet le point de coordonnées (0 ; 3).

Donc $b = 3$ dans l'écriture de la fonction $x \mapsto ax^2 + b$.

Ainsi, il faut choisir parmi les expressions : $f(x) = -x^2 + 3$ et $h(x) = x^2 + 3$.

- Les branches de la **parabole noire** sont tournées vers le haut donc $a > 0$ dans l'écriture de la fonction $x \mapsto ax^2 + b$.

Ainsi, la **parabole noire** représente la fonction h pour qui $a = 1 > 0$.

- Les branches de la **parabole verte** sont tournées vers le bas donc $a < 0$.

Ainsi, la **parabole verte** représente la fonction f pour qui $a = -1 < 0$.

- La **parabole bleue** et la **parabole jaune** ont toutes les deux pour sommet le point de coordonnées (0 ; 1).

Donc $b = 1$ dans l'écriture de la fonction $x \mapsto ax^2 + b$.

Ainsi, il faut choisir parmi les expressions : $p(x) = \frac{x^2}{4} + 1$ et $q(x) = -\frac{x^2}{4} + 1$.

- Les branches de la **parabole bleue** sont tournées vers le haut donc $a > 0$ dans l'écriture de la fonction $x \mapsto ax^2 + b$.

Ainsi, la **parabole bleue** représente la fonction p pour qui $a = \frac{1}{4} > 0$.

- Les branches de la **parabole jaune** sont tournées vers le bas donc $a < 0$.

Ainsi, la **parabole jaune** représente la fonction q pour qui $a = -\frac{1}{4} < 0$.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales