

LES SUITES

(PARTIE 2)

▶ Vidéo <https://youtu.be/pHq6oClOyIU>

I. Suites arithmétiques

1) Définition

Exemples :

a) Considérons une suite numérique (u_n) où la différence entre un terme et son précédent reste constante et égale à 5.

Si le premier terme est égal à 3, les premiers termes successifs sont :

$$u_0 = 3,$$

$$u_1 = 8,$$

$$u_2 = 13,$$

$$u_3 = 18.$$

Une telle suite est appelée une suite arithmétique de raison 5 et de premier terme 3.

La suite est donc définie par : $u_{n+1} = u_n + 5$ et $u_0 = 3$.

b) Soit la suite numérique (v_n) de premier terme 5 et de raison -2.

Les premiers termes successifs sont :

$$v_0 = 5,$$

$$v_1 = 5 - 2 = 3,$$

$$v_2 = 3 - 2 = 1,$$

$$v_3 = 1 - 2 = -1.$$

La suite est donc définie par : $v_{n+1} = v_n - 2$ et $v_0 = 5$.

Définition : Une suite (u_n) est une **suite arithmétique** s'il existe un nombre r tel que pour tout entier n , on a : $u_{n+1} = u_n + r$.
Le nombre r est appelé **raison** de la suite.

2) Variations

Propriété : (u_n) est une suite arithmétique de raison r .

- Si $r > 0$ alors la suite (u_n) est croissante.

- Si $r = 0$ alors la suite (u_n) est constante.

- Si $r < 0$ alors la suite (u_n) est décroissante.

Démonstration : $u_{n+1} - u_n = u_n + r - u_n = r$.

- Si $r > 0$ alors $u_{n+1} - u_n > 0$ et la suite (u_n) est croissante.

- Si $r < 0$ alors $u_{n+1} - u_n < 0$ et la suite (u_n) est décroissante.

Exemple :

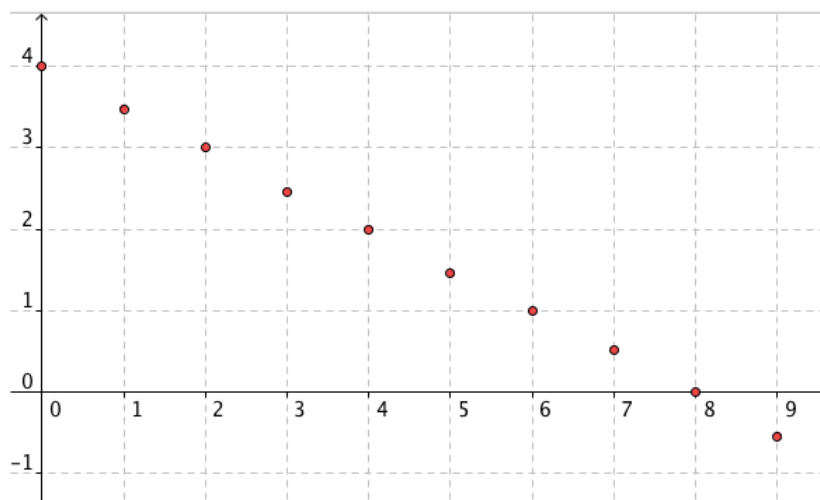
La suite arithmétique (u_n) définie par $u_{n+1} = u_n - 4$ et $u_0 = 5$ est décroissante car de raison négative et égale à -4 .

3) Représentation graphique

Les points de la représentation graphique d'une suite arithmétique sont alignés.

Exemple :

On a représenté ci-dessous la suite de raison $-0,5$ et de premier terme 4.



II. Suites géométriques

1) DéfinitionExemples :

a) Considérons une suite numérique (u_n) où le rapport entre un terme et son précédent reste constant et égale à 2.

Si le premier terme est égal à 5, les premiers termes successifs sont :

$$u_0 = 5, u_1 = 10, u_2 = 20, u_3 = 40.$$

Une telle suite est appelée une suite géométrique de raison 2 et de premier terme 5.

La suite est donc définie par : $u_{n+1} = 2u_n$ et $u_0 = 5$.

b) Soit la suite numérique (v_n) de premier terme 4 et de raison 0,1.

Les premiers termes successifs sont :

$$v_0 = 4$$

$$v_1 = 0,1 \times 4 = 0,4$$

$$v_2 = 0,1 \times 0,4 = 0,04$$

$$v_3 = 0,1 \times 0,04 = 0,004$$

La suite est donc définie par : $v_{n+1} = 0,1 \times v_n$ et $v_0 = 4$.

Définition : Une suite (u_n) est une **suite géométrique** s'il existe un nombre q , strictement positif, tel que pour tout entier n , on a : $u_{n+1} = q \times u_n$.
Le nombre q est appelé **raison** de la suite.

Exemple concret :

On place un capital de 500€ sur un compte dont les intérêts annuels s'élèvent à 4%.
Chaque année, le capital est multiplié par 1,04.
Ce capital suit une progression géométrique de raison 1,04.

On a ainsi :

$$u_1 = 1,04 \times 500 = 520 \qquad u_2 = 1,04 \times 520 = 540,80$$

$$u_3 = 1,04 \times 540,80 = 562,432$$

De manière générale : $u_{n+1} = 1,04 \times u_n$ avec $u_0 = 500$

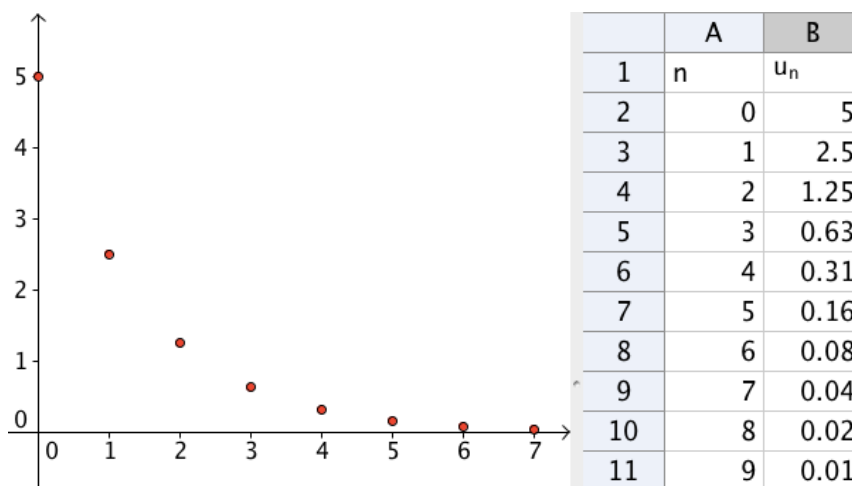
2) Variations

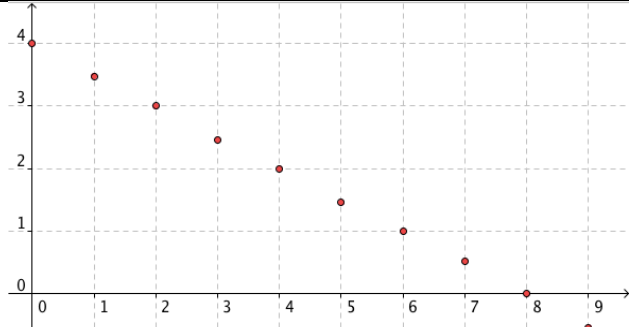
Propriété : (u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 strictement positif.

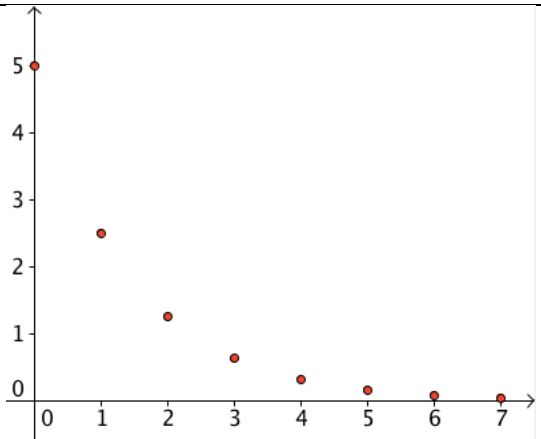
- Si $q > 1$ alors la suite (u_n) est croissante.
- Si $q = 1$ alors la suite (u_n) est constante.
- Si $0 < q < 1$ alors la suite (u_n) est décroissante.

Exemple :

La suite géométrique (u_n) définie par $u_{n+1} = 0,5 u_n$ et $u_0 = 5$ est décroissante car la raison est strictement positive et inférieure à 1.



| RÉSUMÉS | (u_n) une suite arithmétique - de raison r - de premier terme u_0 | Exemple : $r = -0,5$ et $u_0 = 4$ |
|--------------------------|---|---|
| Définition | $u_{n+1} = u_n + r$ | $u_{n+1} = u_n - 0,5$ La différence entre un terme et son précédent est égale à $-0,5$. |
| Variations | Si $r > 0$: (u_n) est croissante. Si $r < 0$: (u_n) est décroissante. | $r = -0,5 < 0$ La suite (u_n) est décroissante. |
| Représentation graphique | Remarque : Les points de la représentation graphique sont alignés. |  |

| | (u_n) une suite géométrique - de raison $q > 0$ - de premier terme $u_0 > 0$ | Exemple : $q = 0,5$ et $u_0 = 5$ |
|--------------------------|--|---|
| Définition | $u_{n+1} = q \times u_n$ | $u_{n+1} = 0,5 \times u_n$ Le rapport entre un terme et son précédent est égal à $0,5$. |
| Variations | Si $q > 1$: (u_n) est croissante. Si $0 < q < 1$: (u_n) est décroissante. | $q = 0,5 < 1$ La suite (u_n) est décroissante. |
| Représentation graphique | Remarque : Si $q < 0$: la suite géométrique n'est ni croissante ni décroissante. |  |



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales