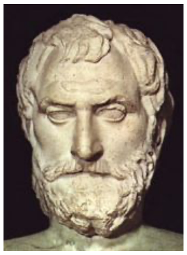
THÉORÈME DE THALÈS

Tout le cours en vidéo : https://youtu.be/puuHhlf0jAQ



Thalès serait né autour de 625 avant J.C. à Milet en Asie Mineure (actuelle Turquie). Considéré comme l'un des sept sages de l'Antiquité, il est à la fois mathématicien, ingénieur, philosophe et homme d'Etat mais son domaine de prédilection est l'astronomie.
Il aurait prédit avec une grande précision l'éclipse du soleil du 28 mai de l'an - 585. Ce n'est peut-être qu'une légende, Thalès en explique cependant le phénomène.
Curieusement, le fameux théorème de Thalès n'a pas été découvert par Thalès. Il était déjà connu avant lui des babyloniens et ne fut démontré qu'après lui par Euclide d'Alexandrie.

Partie 1 : Le théorème de Thalès « version triangles emboîtés » (Rappel)

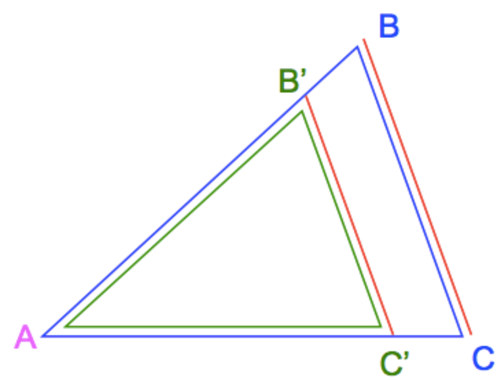
Animation : *http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Thales4.ggb*

LE THÉORÈME DE THALÈS

Soit deux triangles ABC et $AB'C'$, tels que :
A, B, B' et A, C, C' sont alignés.

Si $(B'C')//(BC)$

alors : $\dfrac{AB'}{AB} = \dfrac{AC'}{AC} = \dfrac{B'C'}{BC}$



Comment retenir le théorème de Thalès ?

ABC et $AB'C'$ sont deux triangles en situation de Thalès : ils ont un sommet commun A, et deux côtés parallèles $(B'C')$ et (BC).
Un triangle est un « agrandissement » de l'autre. Ils ont donc des côtés deux à deux proportionnels.
On obtient la formule de Thalès :

$$\dfrac{AB'}{AB} = \dfrac{AC'}{AC} = \dfrac{B'C'}{BC}$$

← Le petit triangle $AB'C'$
← Le grand triangle ABC

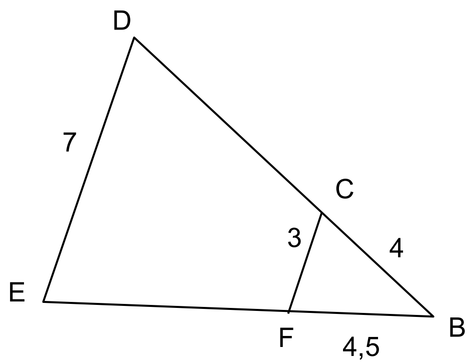
↑ 1ers côtés ↑ 2èmes côtés ↑ 3èmes côtés

Savoir utiliser : *http://www.maths-et-tiques.fr/telech/thales_ecrire.pdf*

Méthode : Calculer une longueur à l'aide du théorème de Thalès

Vidéo https://youtu.be/zP16D2Zrv1A

Sur la figure ci-dessous, les triangles BCF et BDE sont tels que (CF) et (DE) sont parallèles.
Calculer : a) BE b) BD
Donner la valeur exacte et éventuellement l'arrondi au dixième.



Correction

a) Les triangles BCF et BDE sont en situation de Thalès car (CF) // (DE), donc :

$$\frac{BC}{BD} = \frac{BF}{BE} = \frac{CF}{DE}$$

$$\frac{4}{BD} = \boxed{\frac{4,5}{BE} = \frac{3}{7}}$$

$$\frac{4,5}{BE} = \frac{3}{7}$$

Soit : $BE = 4,5 \times 7 : 3 = 10,5$

b) On a : $\boxed{\frac{4}{BD}} = \frac{4,5}{BE} = \boxed{\frac{3}{7}}$

$$\frac{4}{BD} = \frac{3}{7}$$

Soit : $BD = 4 \times 7 : 3 = \frac{28}{3}$ (Valeur exacte)

$\approx 9,3$ (Valeur arrondie)

Partie 2 : Le théorème de Thalès « version papillon »

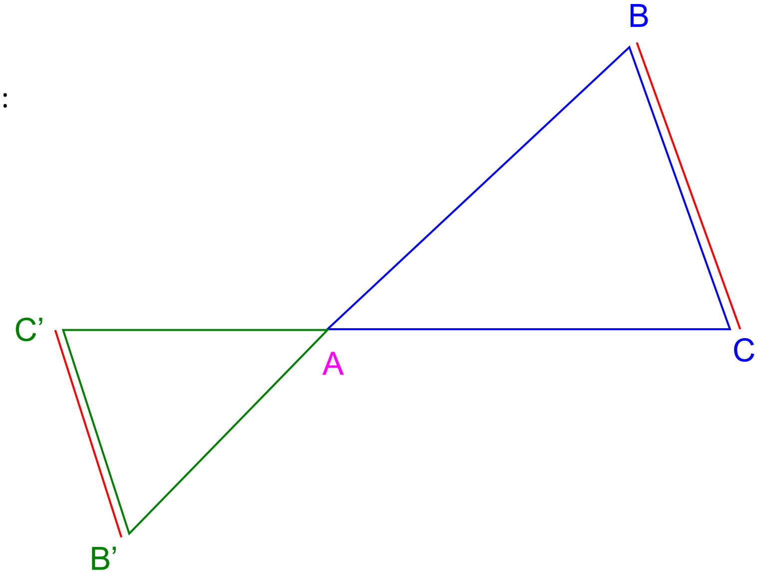
Animation : *http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Thales.ggb*

LE THÉORÈME DE THALÈS

Soit deux triangles ABC et $AB'C'$, tels que :
A, B, B' et A, C, C' sont alignés.

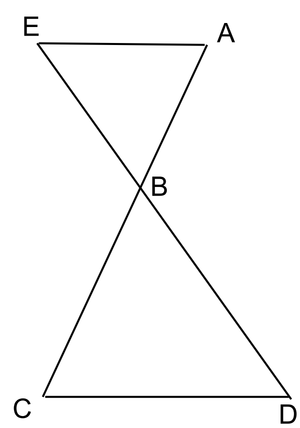
Si $(B'C')//(BC)$

alors : $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$



Méthode : Calculer une longueur à l'aide du théorème de Thalès

Vidéo https://youtu.be/cq3wBbXYB4A



Les triangles BAE et BDC sont tels que les droites (AE) et (CD) sont parallèles.
On donne : $BE = 2\ cm$, $BD = 5\ cm$, et $CD = 6\ cm$.
Calculer AE.

Correction
Les triangles BAE et BDC sont en situation de Thalès car (AE) et (CD) sont parallèles, donc :

$$\frac{BA}{BC} = \frac{BE}{BD} = \frac{AE}{CD}$$

$$\frac{BA}{BC} = \frac{2}{5} = \frac{AE}{6}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{AE}{6}$$

Et donc $AE = 6 \times 2 : 5 = 2{,}4\ cm$.

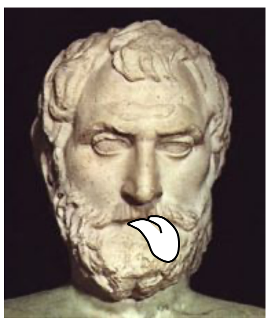
Activités de groupe : Le paradoxe de Lewis Carroll
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/L_CARROLL.pdf

Des hauteurs inaccessibles
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/haut_inacc.pdf
http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/expositions-deleves/hauteurs-inaccessibles

Partie 3 : La réciproque du théorème de Thalès

Animation : *http://www.maths-et-tiques.fr/telech/RThales.ggb*

LA RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE THALÈS

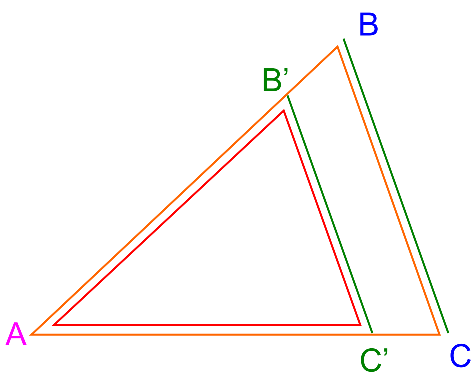


Thalès de Milet (-624 ; -546)

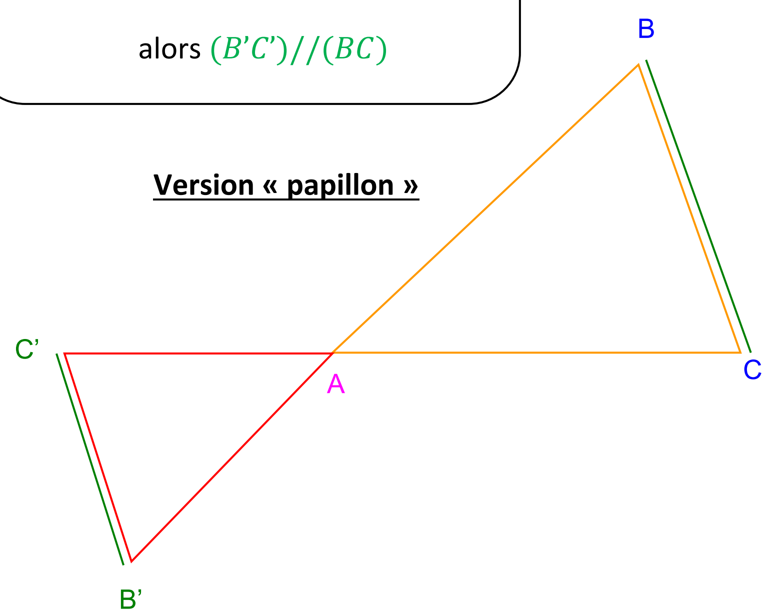
Si les points A, B, B' sont alignés dans le même ordre que les points A, C, C' et $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$

alors $(B'C')//(BC)$

Version « triangles emboités »



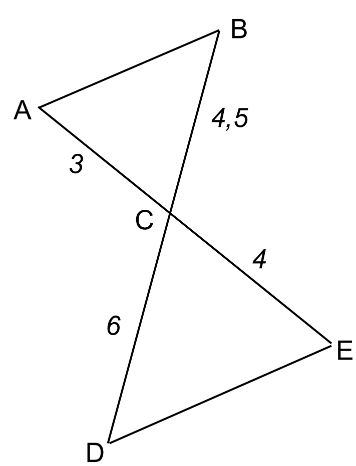
Version « papillon »



Méthode : Démontrer que deux droites sont parallèles

Vidéo https://youtu.be/uaPicwUSQz0

Sur la figure ci-contre, les points A, C, E sont alignés et les points B, C, D sont également alignés dans le même ordre.
Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?



Correction

● D'une part : $\frac{CA}{CE} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

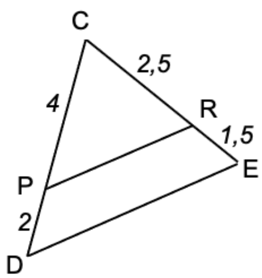
● D'autre part : $\frac{CB}{CD} = \frac{4{,}5}{6} = 0{,}75$

Donc : $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD}$

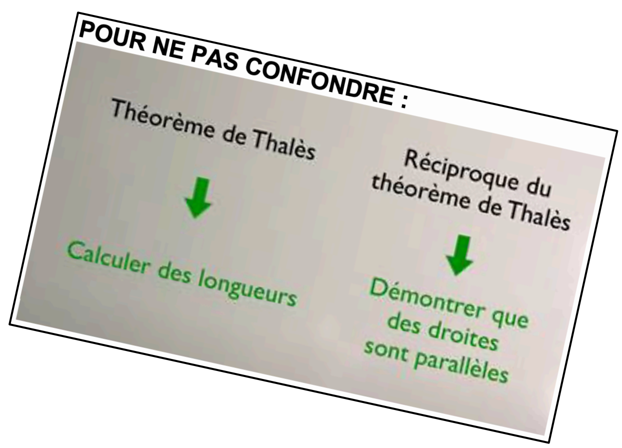
De plus les points A, C, E sont alignés dans le même ordre que les points B, C, D.
D'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut conclure que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Méthode : Démontrer que deux droites ne sont pas parallèles

Vidéo https://youtu.be/ovlhagzONlw



Les droites (PR) et (DE) sont-elles parallèles ?



Correction

● D'une part : $\frac{CP}{CD} = \frac{4}{6} \approx 0{,}67$

● D'autre part : $\frac{CR}{CE} = \frac{2{,}5}{4} = 0{,}625$

Donc : $\frac{CP}{CD} \neq \frac{CR}{CE}$

On ne peut pas utiliser la réciproque du théorème de Thalès.
(PR) et (DE) ne sont pas parallèles.

Lors d'un voyage en Egypte, ***Thalès de Milet*** (-624 ; -546) aurait mesuré la hauteur de la pyramide de Kheops par un rapport de proportionnalité avec son ombre.
Citons : *« Le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que celui que la pyramide entretient avec la sienne. »*
Par une relation de proportionnalité, il obtient la hauteur de la pyramide grâce à la longueur de son ombre.
L'idée ingénieuse de Thalès est la suivante : *« A l'instant où mon ombre sera égale à ma taille, l'ombre de la pyramide sera égale à sa hauteur. »*