

# TRANSFORMATIONS – Chapitre 2/2

▶ Tout le cours en vidéo : <https://youtu.be/rM73EdeggJM>

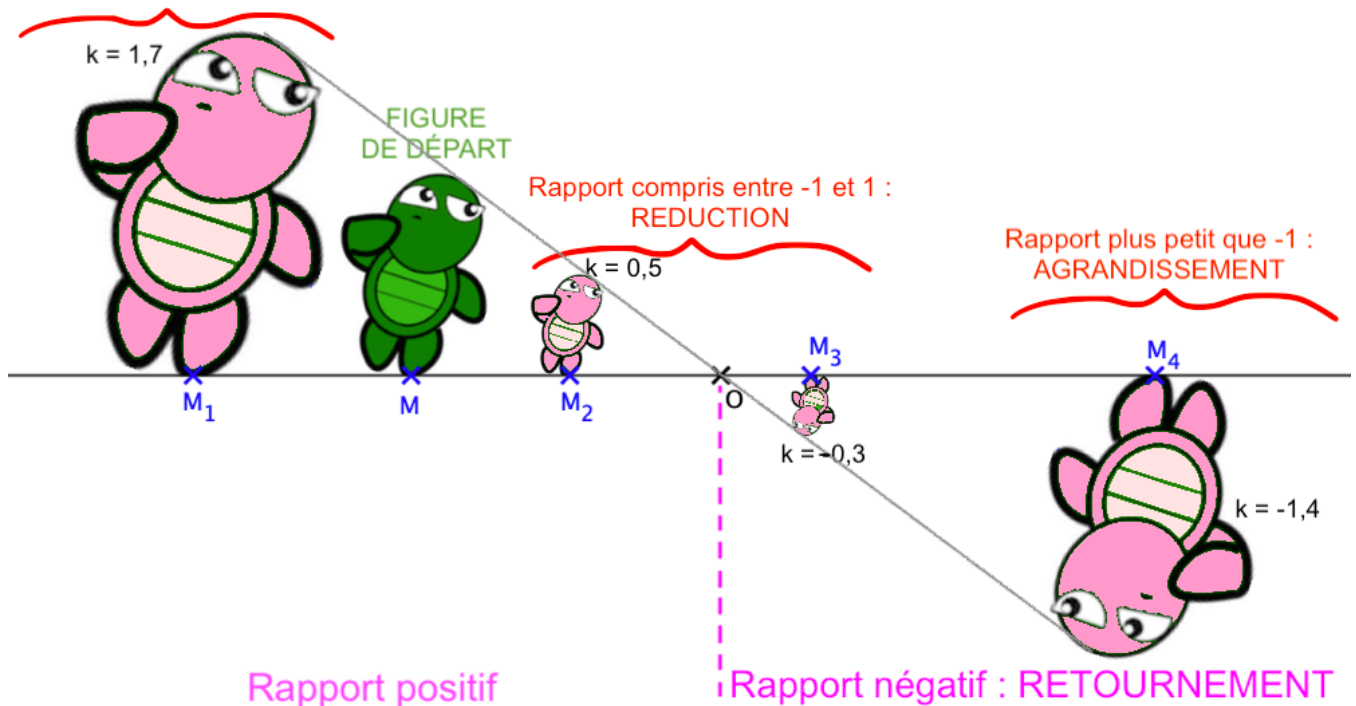
## Partie 1 : Agrandissement, réduction, retournement

Une homothétie est une transformation qui agrandit ou réduit une figure.

La tortue et son image sont du même côté  
Par rapport à O

La tortue et son image sont de part et  
d'autre de O

Rapport plus grand que 1 :  
AGRANDISSEMENT



$M_1$  est l'image de M par l'homothétie de **centre O** et de **rapport 1,7**.

$M_2$  est l'image de M par l'homothétie de **centre O** et de **rapport 0,5**.

$M_3$  est l'image de M par l'homothétie de **centre O** et de **rapport -0,3**.

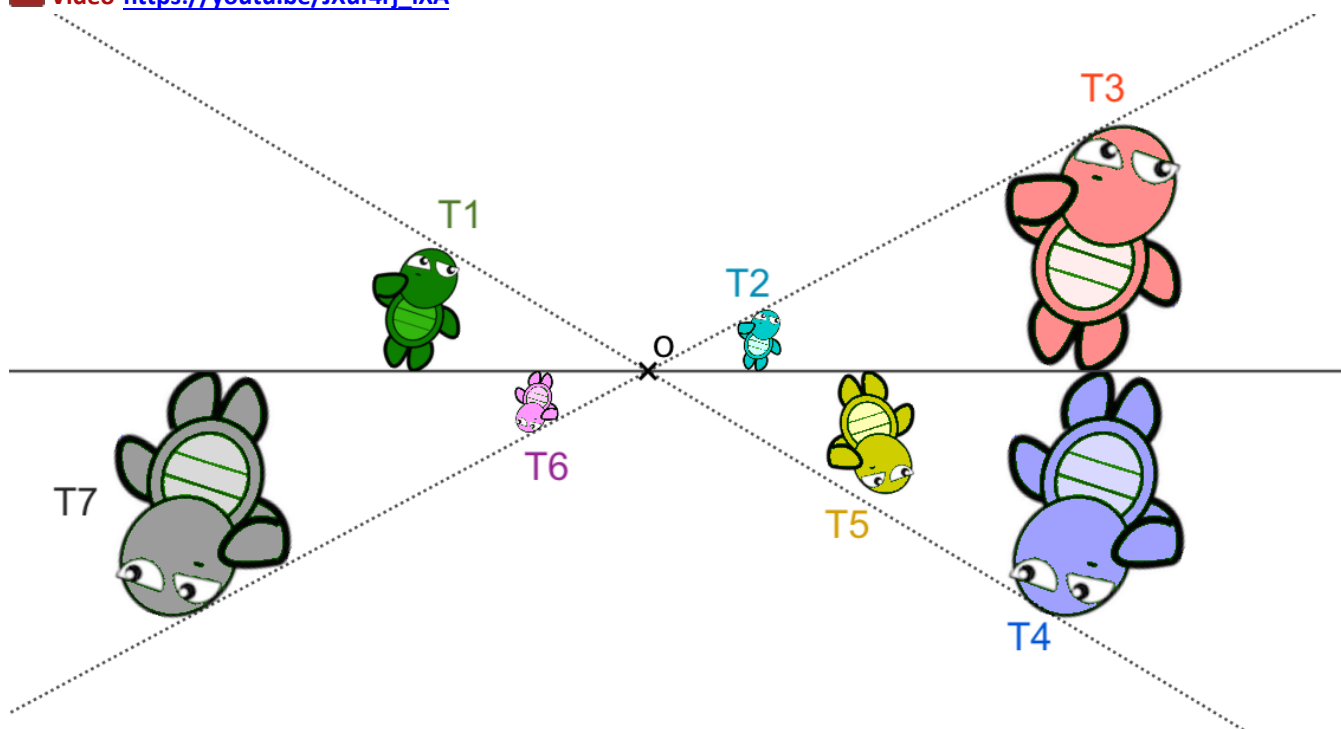
$M_4$  est l'image de M par l'homothétie de **centre O** et de **rapport -1,4**.

Remarques :

- L'agrandissement ou la réduction est défini par le **rapport** de l'homothétie.  
Par exemple, si le rapport est **-1,4** alors l'homothétie agrandit les figures en multipliant les longueurs par **1,4**.
- Par une homothétie, un point et son image sont alignés avec le centre O.  
Par exemple, M,  $M_1$  et O sont alignés.
- L'image de O est O.

## Méthode : Reconnaître l'image d'une homothétie

Vidéo [https://youtu.be/JXuf4rj\\_iXA](https://youtu.be/JXuf4rj_iXA)



1) Répondre par VRAI ou FAUX :

- La tortue T3 est l'image de la tortue T2 par l'homothétie de centre O et de rapport 4.
- La tortue T3 est l'image de la tortue T5 par l'homothétie de centre O et de rapport 2.
- La tortue T1 est l'image de la tortue T4 par l'homothétie de centre O et de rapport -0,5.
- La tortue T6 est l'image de la tortue T2 par l'homothétie de centre O et de rapport -2.

2) Compléter :

- La tortue T3 est l'image de la tortue ... par l'homothétie de centre O et de rapport -1.
- La tortue T3 est l'image de la tortue T6 par l'homothétie de centre O et de rapport ....
- La tortue T7 est l'image de la tortue T6 par l'homothétie de centre O et de rapport ....

### Correction

1) a) VRAI

b) FAUX. Les têtes des deux tortues par exemple ne sont pas alignées avec le centre O.

c) VRAI

d) FAUX. Le rapport est -1.

2) a) La tortue T3 est l'image de la tortue **T7** par l'homothétie de centre O et de rapport -1.

b) La tortue T3 est l'image de la tortue T6 par l'homothétie de centre O et de rapport **-4**.

c) La tortue T7 est l'image de la tortue T6 par l'homothétie de centre O et de rapport **4**.

## Partie 2 : Effet sur les longueurs et les aires

**Propriétés :** Par l'homothétie (agrandissement ou une réduction) de rapport  $k > 0$  :

- les longueurs sont multipliées par  $k$ ,
- les aires sont multipliées par  $k^2$ ,

**Remarque :** Si  $k < 0$ , on utilise la valeur de  $k$  sans son signe.

Par exemple pour  $k = -2$ , les longueurs sont multipliées par 2.

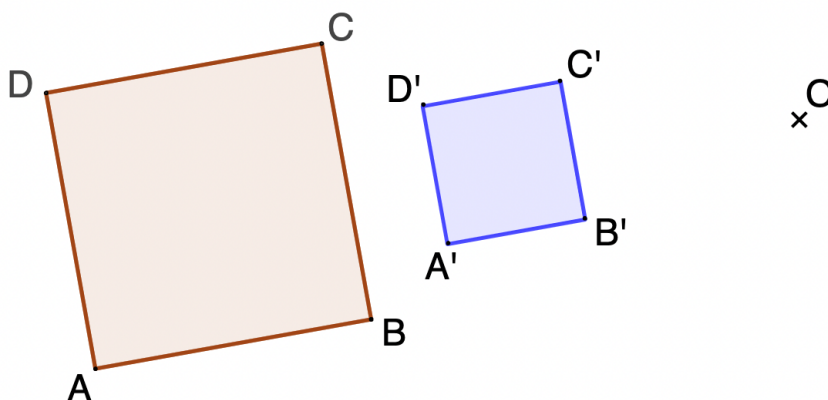
**Méthode :** Utiliser les homothéties

 Vidéo <https://youtu.be/eU4tRPjQgFs>

Le carré  $A'B'C'D'$  est l'image du carré  $ABCD$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport 0,5.

Sachant que l'aire du carré  $ABCD$  est égale à  $16 \text{ cm}^2$ , calculer :

- a) La longueur  $A'B'$ ,
- b) L'aire du carré  $A'B'C'D'$ .



### Correction

- a) Si on note  $c$  la longueur des côtés du carré  $ABCD$ , on a :  
 Aire de  $ABCD = c^2$ .  
 Or, aire de  $ABCD = 16 \text{ cm}^2$ .  
 Donc :  $c^2 = 16$ , soit  $c = 4$ .  
 Et donc :  $AB = 4 \text{ cm}$ .

Par l'homothétie de rapport 0,5, les longueurs sont multipliées par 0,5.

Donc en particulier :  $A'B' = 0,5 \times AB = 0,5 \times 4 \text{ cm} = 2 \text{ cm}$ .

- b) Par l'homothétie de rapport 0,5, les aires sont multipliées par  $0,5^2$ .

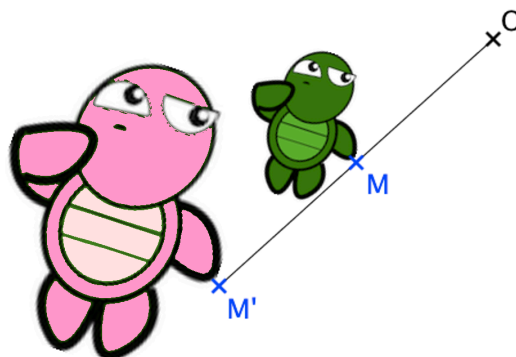
Donc en particulier : Aire de  $A'B'C'D' = 0,5^2 \times \text{Aire de } ABCD = 0,5^2 \times 16 \text{ cm}^2 = 4 \text{ cm}^2$ .

## Partie 3 : Constructions

### 1) Homothétie de rapport positif

$M'$  est l'image de  $M$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport **2** :

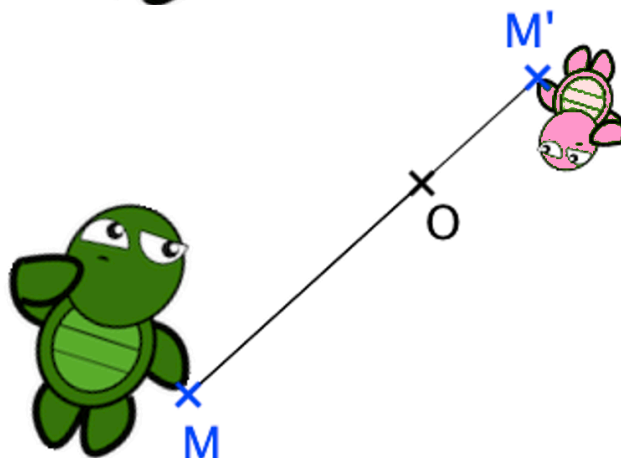
- $O$ ,  $M$  et  $M'$  sont alignés
- $M$  et  $M'$  sont du même côté par rapport à  $O$ .
- $OM' = 2 \times OM$



### 2) Homothétie de rapport négatif

$M'$  est l'image de  $M$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport **-0,5** :

- $O$ ,  $M$  et  $M'$  sont alignés
- $M$  et  $M'$  ne sont pas du même côté par rapport à  $O$ .
- $OM' = 0,5 \times OM$

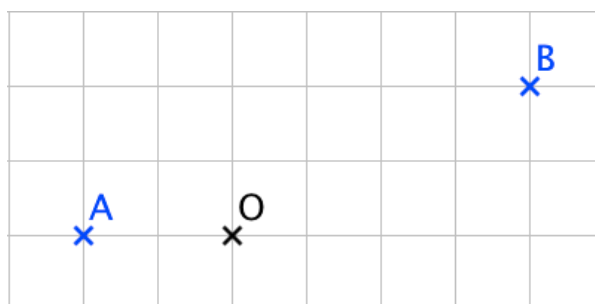


### Méthode : Construire l'image d'un point par une homothétie

 Vidéo <https://youtu.be/BNgizubShAo>

1) Construire l'image du point  $A$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport 3.

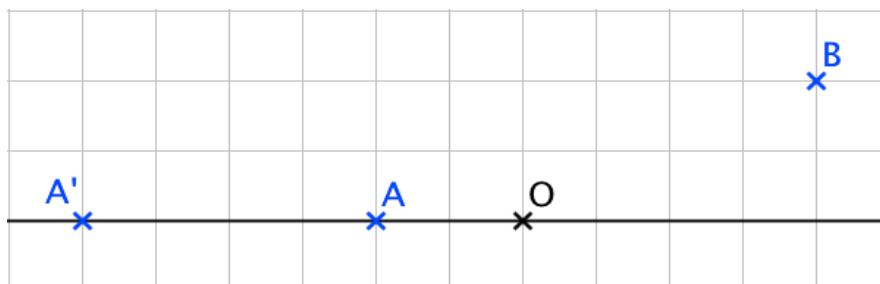
2) Construire l'image du point  $B$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-0,5$ .



### Correction

1) - On trace la droite  $(OA)$ .

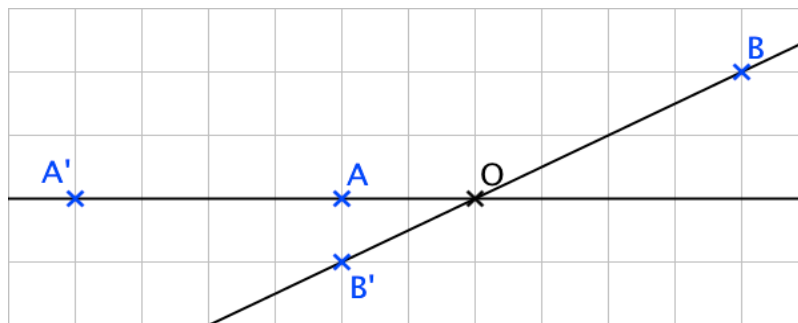
- L'image  $A'$  de  $A$  se trouve du même côté que  $A$  par rapport au point  $O$ .
- $OA' = 3 \times OA$ .



2) - On trace la droite  $(OB)$ .

- L'image  $B'$  de  $B$  se trouve de l'autre côté de  $B$  par rapport au point  $O$ .

-  $OB' = 0,5 \times OB$ .

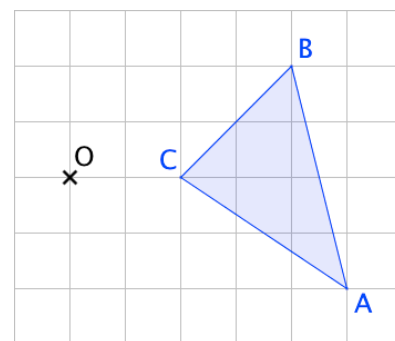


**Méthode :** Construire l'image d'une figure par une homothétie



Vidéo <https://youtu.be/4H0YCqT93PE>

Construire l'image du triangle  $ABC$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-2$ .



### Correction

On construit respectivement les images  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  de  $A$ ,  $B$  et  $C$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-2$ .

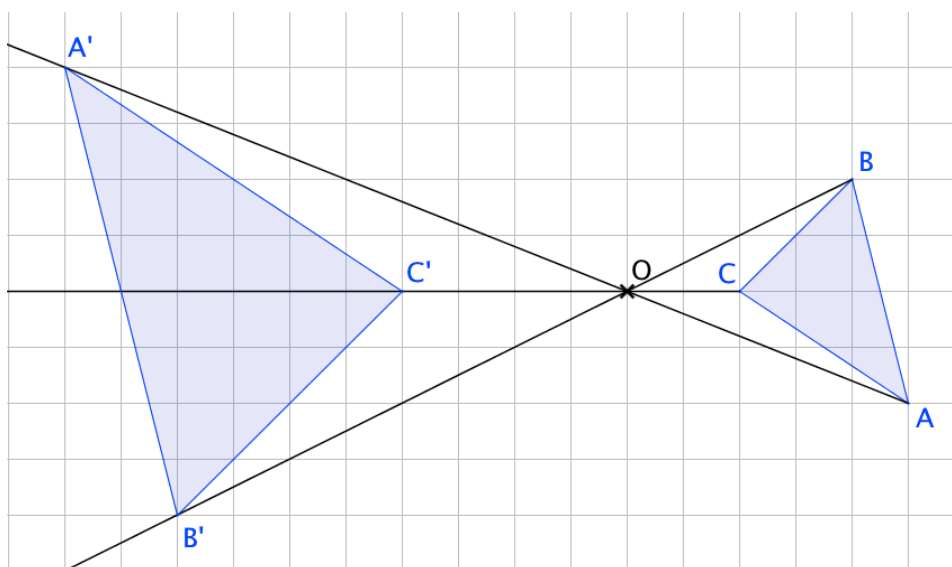
Pour construire  $A'$  par exemple :

- On trace la droite  $(OA)$ .

- L'image  $A'$  de  $A$  se trouve de l'autre côté de  $A$  par rapport au point  $O$ .

-  $OA' = 2 \times OA$ .

On fait de même pour construire  $B'$  et  $C'$ .



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)

Yvan Monka – Académie de Strasbourg – [www.maths-et-tiques.fr](http://www.maths-et-tiques.fr)