DÉRIVATION

 **Tout le cours en vidéo :** [**https://youtu.be/XAgdHblbajE**](https://youtu.be/XAgdHblbajE)

**Partie 1 : Rappels sur la dérivation**

 **Playlist** [**https://www.youtube.com/playlist?list=PLVUDmbpupCaoY7qihLa2dHc9-rBgVrgWJ**](https://www.youtube.com/playlist?list=PLVUDmbpupCaoY7qihLa2dHc9-rBgVrgWJ)

Formules de dérivation :

|  |  |
| --- | --- |
| **Fonction**  | **Dérivée**  |
| ,  |  |
| ,  |  |
|   |  |
|  entier |  |
|   |   |
|  entier |   |
|  |   |
|  |  |
|   |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Fonction** | **Dérivée** |
|  |  |
| , |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Propriété : Une équation de la tangente à la courbe de la fonction au point d’abscisse

est : .

Théorème : Soit une fonction définie et dérivable sur un intervalle .

- Si , alors est décroissante sur .

- Si , alors est croissante sur .

Méthode : Étudier les variations d’une fonction

 **Vidéo** [**https://youtu.be/23\_Ba3N0fu4**](https://youtu.be/23_Ba3N0fu4)

Soit la fonction définie sur par .

a) Calculer la fonction dérivée de .

b) Déterminer le signe de en fonction de .

c) Dresser le tableau de variations de .

**Correction**

a) .

b) On commence par résoudre l'équation :

Le discriminant du trinôme est égal à

L'équation possède deux solutions : = et =



Comme , les branches de la parabole représentant la fonction dérivée sont tournées vers le haut (position « 😊 »).

La dérivée est donc d’abord positive, puis négative, puis positive.

c) On dresse le tableau de variations :

|  |  |
| --- | --- |
|  |   |
|  |  |  |  |
|  |   –  |

**Partie 2 : Dérivée d’une fonction composée**

 1) Définition d’une fonction composée

Méthode : Identifier la composée de deux fonctions

 **Vidéo** [**https://youtu.be/08HgDgD6XL8**](https://youtu.be/08HgDgD6XL8)

On considère la fonction définie par .

Identifier la composée de deux fonctions dans la fonction .

**Correction**

On peut décomposer la fonction en deux fonctions et telles que :

Les fonctions et sont définies par : et

On dit que la fonction est la composée de par et on note :

Définition :

On appelle **fonction composée** des fonctions  par  la fonction notée  définie par :

 .

Méthode : Composer deux fonctions

 **Vidéo** [**https://youtu.be/sZ2zqEz4hug**](https://youtu.be/sZ2zqEz4hug)

a) On considère les fonctions et définies par : et .

Exprimer les fonctions et en fonction de .

b) Même question avec et .

**Correction**

a) On a : et

b) On a : et

 2) Dérivation d’une fonction composée

|  |  |
| --- | --- |
| **Fonction** | **Dérivée**  |
| ou  | ou  |

Méthode : Déterminer la dérivée d’une fonction composée (cas général)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/lwcFgnbs0Ew**](https://youtu.be/lwcFgnbs0Ew)

Déterminer la dérivée de la fonction définie sur par .

**Correction**

On considère les fonctions et définies par : et

Alors :

On a : et

Donc :

 3) Cas particuliers de fonctions composées

|  |  |
| --- | --- |
| **Fonction**  | **Dérivée**  |
|  |  |
|  avec  |  |
|  |  |

Démonstrations :

- avec

Donc , car

Soit

- avec

Donc , car

Soit

- Démonstration analogue pour «  ».

Méthode : Déterminer la dérivée de fonctions composées (cas particuliers)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/kE32Ek8BXvs**](https://youtu.be/kE32Ek8BXvs)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/5G4Aa8gKH\_o**](https://youtu.be/5G4Aa8gKH_o)

Déterminer la dérivée des fonctions définies par :

a) b) c)

**Correction**

a) On pose : avec →

Donc :

b) On pose : avec →

Donc :

c) On pose : avec →

Donc :

**Partie 3 : Étude d’une fonction composée**

Méthode : Étudier une fonction composée

 **Vidéo** [**https://youtu.be/I4HkvkpqjNw**](https://youtu.be/I4HkvkpqjNw)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/Vx0H1DV3Yqc**](https://youtu.be/Vx0H1DV3Yqc)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/2RIBQ1LiNYU**](https://youtu.be/2RIBQ1LiNYU)

Soit la fonction définie sur ℝ par .

a) Étudier les limites de à l'infini.

b) Calculer la dérivée de la fonction .

c) Dresser le tableau de variations de la fonction .

d) Tracer la courbe représentative de la fonction .

**Correction**

a) **Limite en  :**

● Comme limite d’une fonction composée : .

En effet, lorsque , on a : .

● Or, .

● Donc, limite d’un produit : .

**Limite en  :**

On reconnait une forme indéterminée du type «  ».

Levons l’indétermination :

Par croissance comparée, on a : .

En effet, , en considérant que .

Donc, , comme inverse de limite.

Et donc :

Soit : .

 , en effet : .

c) Comme , est du signe de .

est donc positive sur l'intervalle et négative sur l'intervalle .

On dresse le tableau de variations :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  2  |
|  |  0  |
|  |   0 |

En effet :



d)

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)