REPRÉSENTATIONS PARAMÉTRIQUES

ET ÉQUATIONS CARTÉSIENNES

 **Le cours en vidéo :** [**https://youtu.be/naOM6YG6DJc**](https://youtu.be/naOM6YG6DJc)

**Partie 1 : Représentation paramétrique d'une droite**

Propriété : L'espace est muni d'un repère .

Soit une droite passant par un point et de vecteur directeur .

On a : Il existe un réel tel que

Ce système s'appelle une **représentation paramétrique** de la droite .

Démonstration :

 et sont colinéaires

Il existe un réel tel que

Exemple :

La droite passant par le point et de vecteur directeur a pour représentation paramétrique :

Méthode : Utiliser la représentation paramétrique d'une droite

 **Vidéo** [**https://youtu.be/smCUbzJs9xo**](https://youtu.be/smCUbzJs9xo)

Soit les points et .

Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite () avec le plan de repère .

**Correction**

- On commence par déterminer une représentation paramétrique de la droite () :

Un vecteur directeur de () est : .

La droite () passe par le point

Une représentation paramétrique de () est : , .

- Soit le point d'intersection de la droite () avec le plan de repère .

Alors car appartient au plan de repère .

Donc soit .

Et donc :

Le point a donc pour coordonnées .

**Partie 2 : Équation cartésienne d'un plan**

Propriété : L'espace est muni d'un repère orthonormé .

Un plan de vecteur normal non nul admet une équation de la forme

, avec .

Réciproquement, si , et sont non tous nuls, l'ensemble des points tels que

, avec , est un plan.

Cette équation s’appelle **équation cartésienne** du plan .

Démonstration au programme :

 **Vidéo** [**https://youtu.be/GKsHtrImI\_o**](https://youtu.be/GKsHtrImI_o)

- Soit un point de .

 et sont orthogonaux

 .

 avec

- Réciproquement, supposons par exemple que (, et sont non tous nuls).

On note *E* l'ensemble des points vérifiant l'équation

Alors le point vérifie l'équation . Et donc *E.*

Soit un vecteur . Pour tout point , on a :

..

*E* est donc l'ensemble des points tels que ..

Donc l'ensemble *E* est le plan passant par et de vecteur normal .

Exemple : Le plan d'équation cartésienne a pour vecteur normal

Méthode : Déterminer une équation cartésienne de plan

 **Vidéo** [**https://youtu.be/s4xqI6IPQBY**](https://youtu.be/s4xqI6IPQBY)

Dans un repère orthonormé, déterminer une équation cartésienne du plan passant par le point et de vecteur normal .

**Correction**

● Une équation cartésienne de est de la forme .

● Le point appartient à donc ses coordonnées vérifient l'équation :

 donc .

Une équation cartésienne de est donc : .

Propriété : Deux plans sont perpendiculaires lorsqu'un vecteur normal de l'un est orthogonal à un vecteur normal de l'autre.

Méthode : Démontrer que deux plans sont perpendiculaires

 **Vidéo** [**https://youtu.be/okvo1SUtHUc**](https://youtu.be/okvo1SUtHUc)

Dans un repère orthonormé, les plans et ont pour équations respectives :

 et .

Démontrer que les plans et sont perpendiculaires.

**Correction**

Les plans et sont perpendiculaires si et seulement si un vecteur normal de l'un est orthogonal à un vecteur normal de l'autre.

Un vecteur normal de est et un vecteur normal de est .

Les vecteurs et sont orthogonaux donc les plans et sont perpendiculaires.

**Partie 3 : Applications**

Méthode : Déterminer l'intersection d'une droite et d'un plan

 **Vidéo** [**https://youtu.be/BYBMauyizhE**](https://youtu.be/BYBMauyizhE)

Dans un repère orthonormé, le plan a pour équation.

Soit et.

a) Démontrer que la droite () et le plan sont sécants.

b) Déterminer leur point d'intersection.



**Correction**

a) Un vecteur normal de est .

() et sont sécants si et ne sont pas orthogonaux.

On a : .

Comme : , on conclut que () et le plan ne sont pas parallèles et donc sont sécants.

b) Une représentation paramétrique de la droite () est :

, .

Le point , intersection de () et de , vérifie donc le système suivant :

On a donc :

 soit

D’où :

Ainsi la droite () et le plan sont sécants en .

Méthode : Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d’un point sur une droite

 **Vidéo** [**https://youtu.be/RoacrySlUAU**](https://youtu.be/RoacrySlUAU)

Dans un repère orthonormé, on donne les points , et .

Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal du point sur la droite ().

**Correction**

On appelle le projeté orthogonal du point sur la droite ().

On a :

Une représentation paramétrique de () est :

, .

Le point appartient à la droite () donc ses coordonnées vérifient les équations du système paramétrique de ().

On a ainsi : et donc

Or, et sont othogonaux, donc :

.

Le point , projeté orthogonal du point sur la droite (), a donc pour coordonnées :

Méthode : Déterminer l'intersection de deux plans - NON EXIGIBLE -

 **Vidéo** [**https://youtu.be/4dkZ0OQQwaQ**](https://youtu.be/4dkZ0OQQwaQ)

Dans un repère orthonormé, les plans et ont pour équations respectives :

 et .

1) Démontrer que les plans sont sécants.

2) Déterminer une représentation paramétrique de leur droite d'intersection .

**Correction**

1) sont sécants si leurs vecteurs normaux ne sont pas colinéaires.

Un vecteur normal de est et un vecteur normal de est .

Les coordonnées des deux vecteurs ne sont pas proportionnelles donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.

2) Le point de , intersection de et de *,* vérifie donc le système suivant :

On choisit par exemple comme paramètre et on pose . On a alors :

Ce dernier système est une représentation paramétrique de *,* avec .

**RÉSUMÉ : Pour démontrer des positions relatives**

● droite de vecteur directeur .

 plan de vecteur normal .

 et sont…

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| parallèles |  | Une image contenant ligne  Description générée automatiquement |
| sécants |  | Une image contenant ligne, diagramme  Description générée automatiquement |
| orthogonaux |  et colinéaires | Une image contenant ligne, conception  Description générée automatiquement |

● plan de vecteur normal .

 plan de vecteur normal .

 et sont…

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| parallèles |  et colinéaires | Une image contenant ligne, capture d’écran, blanc, croquis  Description générée automatiquement |
| sécants |  et non colinéaires | Une image contenant ligne, Police, texte, capture d’écran  Description générée automatiquement |
| perpendiculaires |  | Une image contenant texte, capture d’écran, conception  Description générée automatiquement |

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)