DÉRIVATION – Chapitre 1/2

Le mot « dérivé » vient du latin « derivare » qui signifiait « détourner un cours d'eau ».
Le mot a été introduit par le mathématicien franco-italien *Joseph Louis Lagrange* (1736 ; 1813) pour signifier que cette nouvelle fonction dérive (au sens de "provenir") d'une autre fonction.

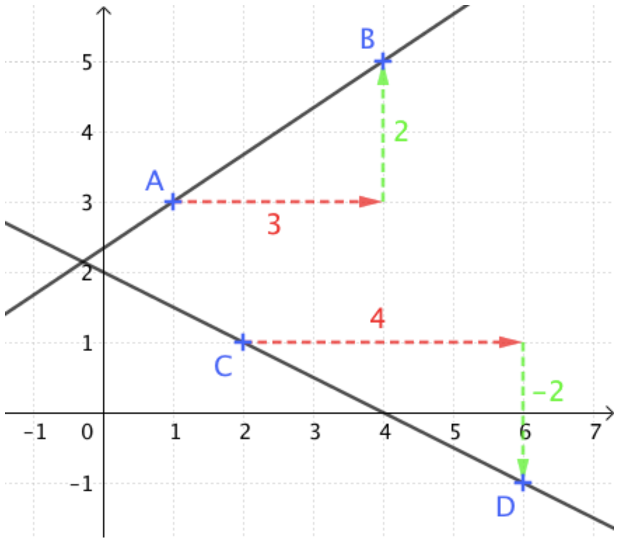
Partie 1 : Coefficient directeur d'une droite (Rappel)

Le coefficient directeur de la droite (AB) est égal à :

$$\frac{5-3}{4-1}=\frac{2}{3}$$

Le coefficient directeur de la droite (CD) est égal à :

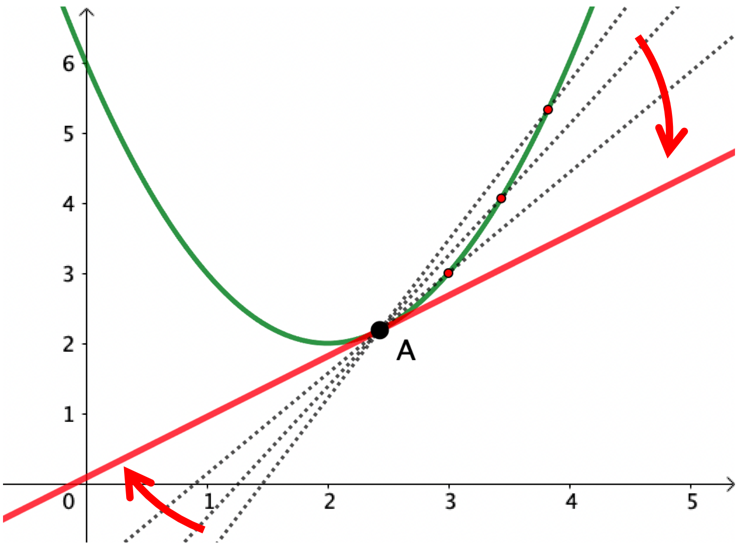
$$\frac{-1-1}{6-2}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$$



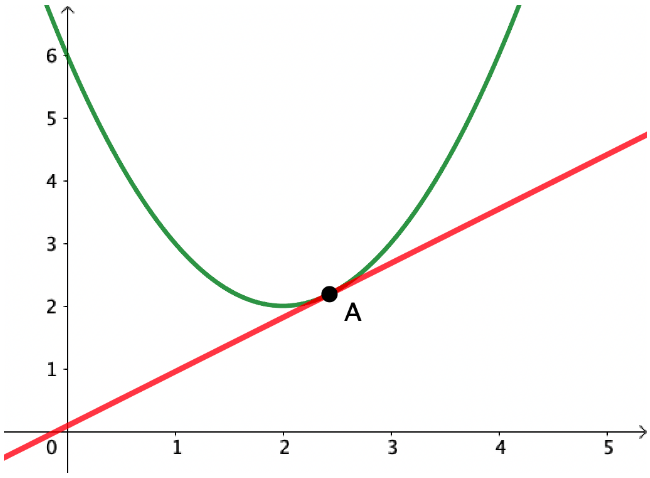
Partie 2 : Tangente à une courbe et nombre dérivé

1) Tangente à une courbe

Soit A est un point appartenant à la courbe représentative d'une fonction f.
On construit un réseau de sécantes à la courbe passant toutes par le point A telle que le 2^e point d'intersection soit de plus en plus proche de A.



On constate que la position limite des sécantes passant par le point A est une droite « touchant » la courbe au point A.

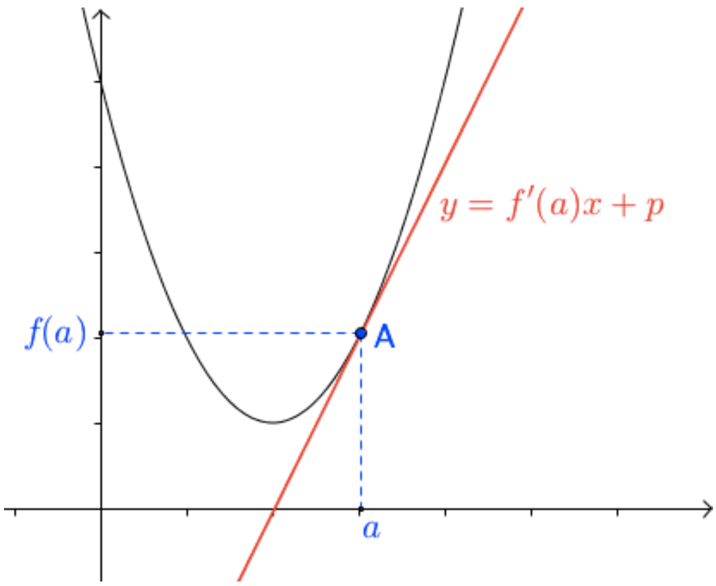


Définition : On appelle **tangente à la courbe** d'une fonction f au point A, la droite limite d'un réseau de sécantes passant par A et dont le 2[e] point se rapproche de A.

Remarque : Géométriquement, la droite tangente à la courbe en A « frôle » la courbe en A.

2) Nombre dérivé

Définition : On considère la fonction f.
La tangente à la courbe au point A d'abscisse a est la droite passant par A dont le coefficient directeur s'appelle le **nombre dérivé** de la fonction f en a et se note $f'(a)$.

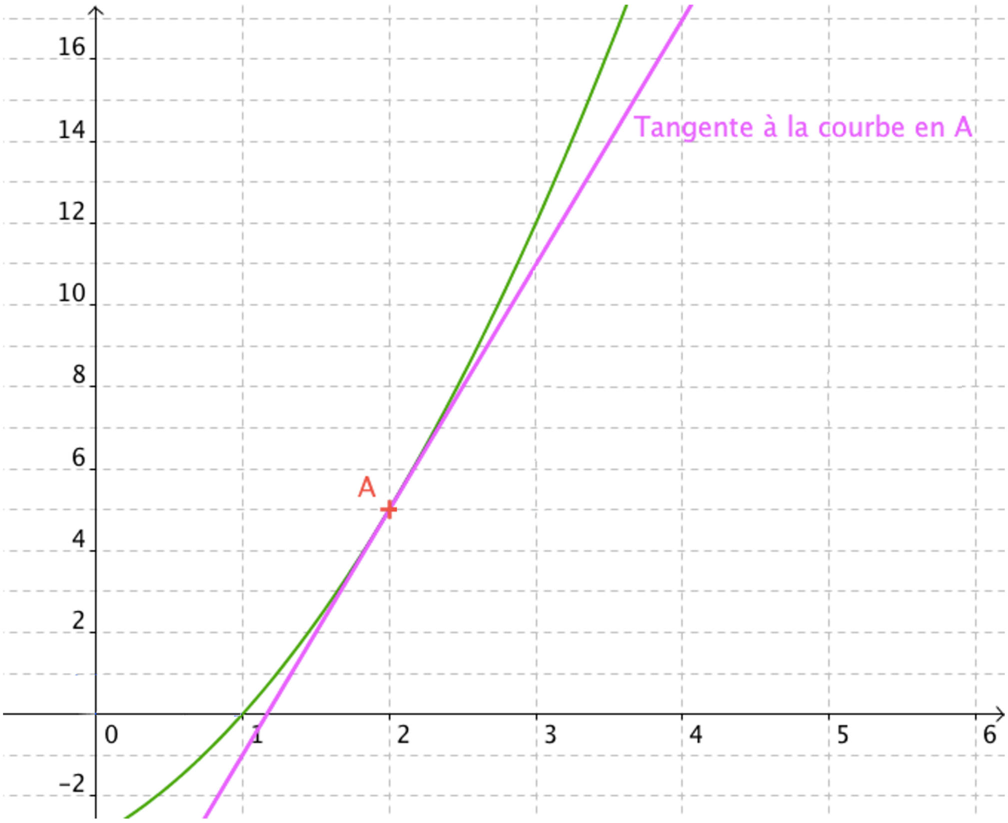


Propriété : L'équation réduite de la tangente à la courbe de la fonction f en A est de la forme $y = f'(a)x + p$ où p est un nombre réel.

Méthode : Déterminer graphiquement un nombre dérivé

Vidéo https://youtu.be/7-z62dSkkTQ

On a représenté la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x - 3$ et sa tangente au point d'abscisse 2.



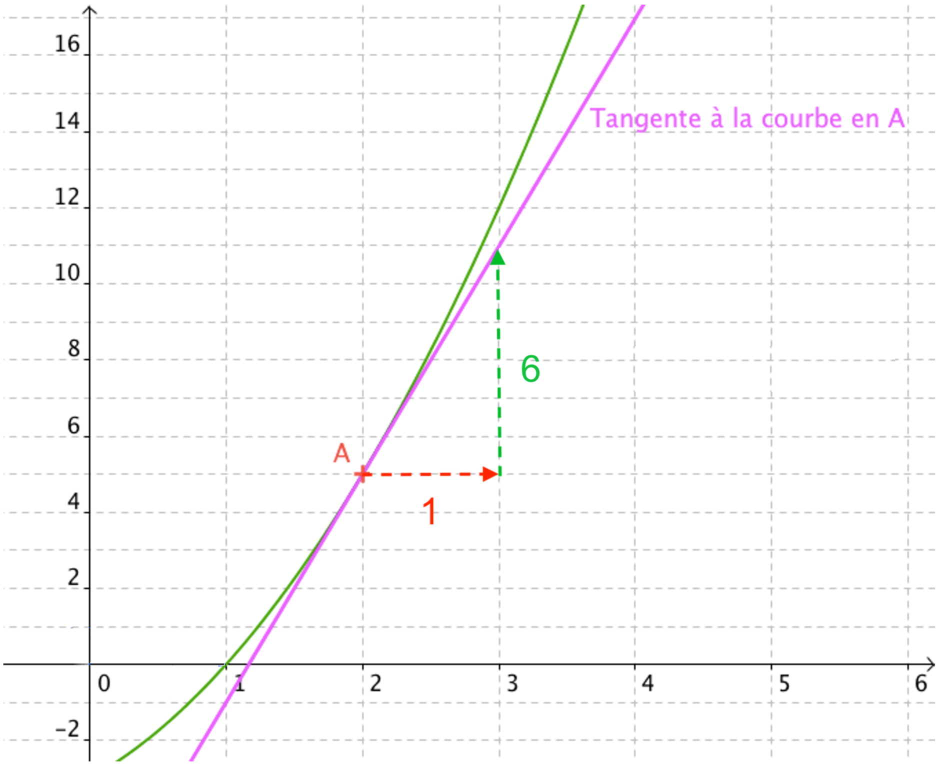
a) Déterminer graphiquement le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point A et en déduire le nombre dérivé en 2.
b) Donner une équation de la tangente.
c) En s'aidant de la calculatrice graphique, reproduire la courbe de la fonction f et sa tangente au point A d'abscisse 2.

Correction

a) Le coefficient directeur de la tangente est égal à :

$$\frac{6}{1} = 6$$

Le nombre dérivé de f en 2 est égal à 6.
Ainsi, la tangente à la courbe représentative de f au point A est la droite passant par A et de coefficient directeur 6.



b) Une équation de la tangente au pont A d'abscisse 2 est de la forme $y = 6x + p$.

On a : $f\ (2) = \ 2^2 + \ 2 \times 2 - 3 = 5$.
Le point A a pour coordonnées $\binom{2}{5}$.
Or, le point A appartient à la tangente donc ses coordonnées $\binom{2}{5}$ vérifient l'équation de la tangente : $y = 6x + p$.

Donc $5 = 6 \times 2 + p$
Et donc $p = 5 - 12 = -7$

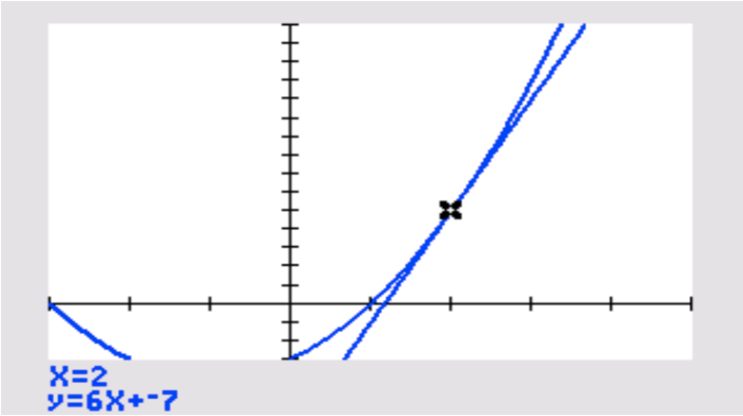
Une équation de tangente à la courbe représentative de f au point A d'abscisse 2 est :
$y = 6x - 7$.

c) À l'aide de la calculatrice, il est possible de tracer la tangente à une courbe en un point.

Une fois la courbe tracée sur la calculatrice, saisir :

Avec TI-83 : Touches « 2^{nde} » + « PGRM » (Dessin) puis « 5: Tangente » et saisir l'abscisse du point de tangence, ici 2. Puis « ENTER ».

Casio 35+ : Touches « SHIFT » + « F4 » (Skech) puis « Tang » et saisir l'abscisse du point de tangence, ici 2. Puis « EXE » + « EXE ».


X=2
y=6X+-7