

STATISTIQUES ET PROBABILITÉS – Chapitre 2/2

▶ Tout le cours en vidéo : <https://youtu.be/5oBnmZVrOXE>

Partie 1 : Indépendance de deux événements

Définition : On dit que deux événements A et B de probabilité non nulle sont **indépendants** lorsque $P_A(B) = P(B)$ ou $P_B(A) = P(A)$.

Méthode : Démontrer que deux événements sont indépendants

▶ Vidéo <https://youtu.be/OPuoB5EuOAOQ>

a) On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.

Soit R l'événement : « On tire un roi ».

Soit T l'événement : « On tire un trèfle ».

Les événements R et T sont-ils donc indépendants ?

b) Même question en reprenant l'expérience précédente après avoir ajouté deux jokers au jeu de cartes.

Correction

a) On a : $P(R) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$.

Par ailleurs, $P_T(R)$ est la probabilité de tirer un roi parmi les trèfles. On a alors :

$$P_T(R) = \frac{1}{8}$$

Ainsi, $P_T(R) = P(R)$.

Les événements R et T sont donc indépendants.

b) On a : $P(R) = \frac{4}{34} = \frac{2}{17}$.

$$P_T(R) = \frac{1}{8}$$

Ainsi, $P_T(R) \neq P(R)$.

Les événements R et T ne sont donc pas indépendants.

Partie 2 : Succession d'évènements indépendants

Exemples :

a) On lance un dé et on note le résultat. Puis on lance une pièce de monnaie et on note le résultat. Ces deux expériences sont indépendantes.

b) Une urne contient 2 boules blanches et 3 boules noires. On tire au hasard une boule et on la remet dans l'urne. On répète cette expérience 10 fois de suite.

Ces dix expériences sont identiques et indépendantes.

Méthode : Calculer une probabilité sur une répétition d'expériences

 Vidéo <https://youtu.be/e7jH8a1cDtg>

On considère l'expérience suivante :

Une urne contient 3 boules blanches et 2 boules rouges. On tire au hasard une boule et on la remet dans l'urne. On répète l'expérience deux fois de suite.

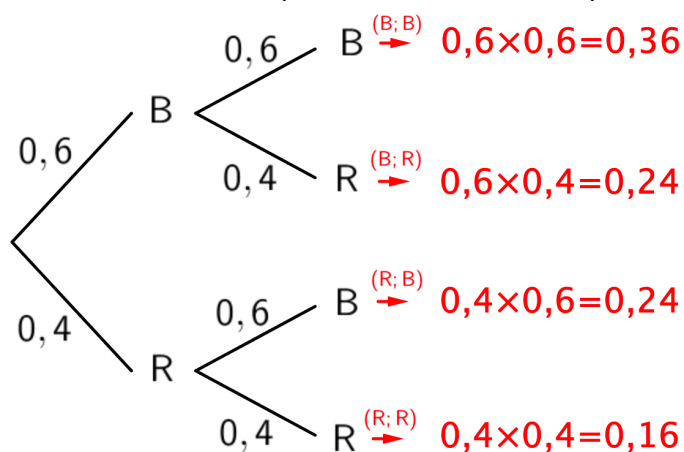
- 1) Représenter l'ensemble des issues de ces expériences dans un arbre.
- 2) Déterminer les probabilités des événements suivants :
 - a) Obtenir deux boules blanches.
 - b) Obtenir une boule blanche et une boule rouge.
 - c) Obtenir au moins une boule blanche.

Correction

1) On note B l'évènement « On tire une boule blanche » et R l'évènement « On tire une boule rouge ».

$$P(B) = \frac{3}{5} = 0,6 \text{ et } P(R) = \frac{2}{5} = 0,4.$$

On résume les issues de l'expérience dans un arbre pondéré.



Comme A et B sont indépendants, on utilise la formule :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

⚠ Dans ce contexte, au 2^e niveau de l'arbre, il ne s'agit pas de probabilité conditionnelle.

2) a) Obtenir deux boules blanches correspond à l'issue $(B ; B)$. D'après l'arbre, on a :

$$P_1 = 0,36.$$

b) Obtenir une boule blanche et une boule rouge correspond aux issues $(B ; R)$ et $(R ; B)$.

$$P_2 = 0,24 + 0,24 = 0,48.$$

c) Obtenir au moins une boule blanche correspond aux issues $(B ; R)$, $(B ; B)$ et $(R ; B)$.

$$P_3 = 0,24 + 0,36 + 0,24 = 0,84.$$



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales

Yvan Monka – Académie de Strasbourg – www.maths-et-tiques.fr