

CALCUL LITTÉRAL

▶ Tout le cours en vidéo : <https://youtu.be/mbG8a5Uae30>



François Viète (1540,1603 ; conseiller d'*Henri IV*) est à l'origine du calcul avec des lettres. L'idée était ingénieuse de considérer dans les calculs l'inconnue comme si elle était connue. En 1580, *Viète* est nommé conseiller privé d'*Henri IV*. Il est chargé de décrypter les messages secrets interceptés que s'envoient les espagnols. Il y arrive systématiquement ce qui provoque l'exaspération de ses ennemis qui finissent par l'accuser de sorcellerie et le dénoncer au Pape. Pour se défendre de ses accusateurs, *Viète* exposera en 1590 sa méthode dans un traité.

Partie 1 : Expression littérale

1) Écrire une expression littérale

Définition : Une **expression littérale** est un calcul contenant une ou plusieurs lettres qui désignent des nombres inconnus.

Exemple :

Alice va à la boulangerie. Elle achète un pain au chocolat à 1,10 € et plusieurs baguettes à 0,90 € chacune.

Alice va payer : $1,10 + 0,90 \times \text{nombre de baguettes}$

Soit : $1,10 + 0,90 \times x$

On remplace « nombre de baguettes » par x .

x désigne le nombre inconnu de baguettes.

$1,10 + 0,90 \times x$ est appelée une expression littérale.

Méthode : Écrire une expression en fonction d'un nombre inconnu

▶ Vidéo https://youtu.be/bpYh7tvfl_Y

On considère le programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Ajouter 5
- Multiplier par 3
- Soustraire le nombre de départ.

a) Vérifier qu'en choisissant 1 au départ, on obtient 17 à la fin.

b) Qu'obtient-on en choisissant 3 au départ ?

c) Écrire une expression littérale correspondant à ce programme de calcul.

Correction

a) - Choisir un nombre → 1

- Ajouter 5 → $1 + 5 = 6$

- Multiplier par 3 $\rightarrow 3 \times 6 = 18$
- Soustraire le nombre de départ $\rightarrow 18 - 1 = 17$

On obtient bien 17 à la fin.

b) - Choisir un nombre $\rightarrow 3$

- Ajouter 5 $\rightarrow 3 + 5 = 8$
- Multiplier par 3 $\rightarrow 3 \times 8 = 24$
- Soustraire le nombre de départ $\rightarrow 24 - 3 = 21$

On obtient 21 à la fin.

c) - Choisir un nombre $\rightarrow x$

- Ajouter 5 $\rightarrow x + 5$
- Multiplier par 3 $\rightarrow 3 \times (x + 5)$
- Soustraire le nombre de départ. $\rightarrow 3 \times (x + 5) - x$

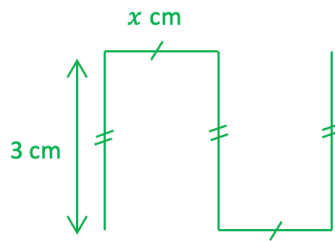
Le programme de calcul correspond à l'expression littérale : $3 \times (x + 5) - x$

2) Utiliser une expression littérale

Méthode : Utiliser une expression littérale

 Vidéo <https://youtu.be/FOSVfDi7w>

On a tracé une frise qui comprend une longueur inconnue. On choisit de la noter x .



- 1) Exprimer la longueur de la frise en fonction de x .
- 2) Calculer la longueur de la frise lorsque $x = 4$ cm.

Correction

1) On souhaite exprimer la longueur de la frise. Comme la valeur de x n'est pas connue, on devra exprimer la longueur de la frise en fonction de x .

La longueur de la frise est : $3 \times 3 + 2 \times x = 9 + 2 \times x$

2) On peut donc remplacer x par 4 dans la formule :

La longueur de la frise est : $9 + 2 \times x = 9 + 2 \times 4 = 17$ cm

Partie 2 : Simplifications d'écriture

1) Suppression du symbole « × »

Pour marquer la priorité de la multiplication, le symbole « × » peut être supprimé dans certaines situations.

Notations :

$3 \times a$ s'écrit $3a$

$4 \times (a - 2)$ s'écrit $4(a - 2)$

$a \times b$ s'écrit ab

$15 + 4 \times a$ s'écrit $15 + 4a$

Notation introduite par l'allemand Michael Stifel en 1544

Remarques :

- Les simplifications d'écriture ne sont valables que pour des expressions littérales. 2×3 ne s'écrit évidemment pas 23 !
- Dans un produit, le nombre s'écrit devant la lettre. On écrit $2a$, mais on n'écrit pas $a2$.

Méthode : Simplifier l'écriture d'une expression littérale



Vidéo <https://youtu.be/eBPOd0bTBro>

Simplifier les expressions suivantes :

$4 \times a$

$b \times c$

$6 \times (3 - a)$

$10 + 5 \times a$

$x \times 7$

$2 \times a \times 5$

$4 \times 5 - 2 \times x$

Correction

$4 \times a = 4a$

$b \times c = bc$

$6 \times (3 - a) = 6(3 - a)$

$10 + 5 \times a = 10 + 5a$

$x \times 7 = 7x$

$2 \times a \times 5 = 10a$

$4 \times 5 - 2 \times x = 20 - 2x$

2) Nombre au carré, nombre au cube

Notations :

$a \times a$ s'écrit a^2

$a \times a \times a$ s'écrit a^3

Notation introduite par René Descartes XVIIe

Exemples : 5×5 s'écrit 5^2 et $7 \times 7 \times 7$ s'écrit 7^3 .

Méthode : Calculer un nombre au carré, un nombre au cube



Vidéo <https://youtu.be/VEZsnBEXbKI>

a) Calculer sans calculatrice : 3^2 , 6^2 et 10^3 .

b) Calculer avec la calculatrice : $2,3^2$ et $1,6^3$.

Correction

a) $3^2 = 3 \times 3 = 9$ $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

b) On utilise la touche  sur Casio et  sur TI.

$2,3^2 = 5,29$

On utilise la touche  sur Casio et  sur TI.

$1,6^3 = 4,096$

Méthode : Écrire un nombre sous forme d'un carré ou d'un cube

 Vidéo <https://youtu.be/650Bo4JbS2Y>

Écrire les nombres 49, 16, 8 et 64 sous la forme a^2 ou a^3 .

Correction

$49 = 7 \times 7 = 7^2$

$16 = 4 \times 4 = 4^2$

$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$64 = 8 \times 8 = 8^2$ ou $64 = 4 \times 4 \times 4 = 4^3$

Méthode : Calculer avec les nombres au carré ou au cube

 Vidéo https://youtu.be/xyu5XC_ySeY

Calculer : a) $3 \times 5^2 - 7$

b) $(3 \times 5)^2 - 7$

c) $7^2 - 3^3$

Correction

a) $3 \times 5^2 - 7$

$= 3 \times 25 - 7$

$= 75 - 7$

$= 68$

b) $(3 \times 5)^2 - 7$

$= 15^2 - 7$

$= 225 - 7$

$= 218$

c) $7^2 - 3^3$

$= 49 - 27$

$= 22$

Méthode : Simplifier l'écriture d'une expression littérale avec des nombres au carré et au cube

 Vidéo <https://youtu.be/x35fh5SVRMQ>

Simplifier les expressions suivantes :

$a \times a$

$b \times b \times b$

$3 \times a \times a$

$a \times b \times a$

$a \times a + a \times b$

$4 \times 4 - b \times b$

Correction

$a \times a = a^2$

$b \times b \times b = b^3$

$3 \times a \times a = 3a^2$

$a \times b \times a = a^2b$

$a \times a + a \times b = a^2 + ab$

$4 \times 4 - b \times b = 4^2 - b^2$

Partie 3 : Distributivité

1) Vocabulaire sur les opérations

Définitions :

$A + B$ est une **somme**.

$A - B$ est une **différence**.

$A \times B$ est un **produit**.

Méthode : Reconnaître une somme et un produit

 Vidéo <https://youtu.be/DT4d7xYrUd8>

Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme ou d'un produit.

$$\begin{array}{lll} 2x - 9 & (3x + 6)x & 3(x + 5) \\ 1 + 5x & 100 - 7x & x(1 - x) \\ (2x + 1)(3x - 4) & & 3x + 11 \end{array}$$

Correction

Les sommes sont en rouge, les produits sont en vert.

$$\begin{array}{lll} 2x - 9 = 2x + (-9) & (3x + 6)x = (3x + 6) \times x & 3(x + 5) = 3 \times (x + 5) \\ 1 + 5x & 100 - 7x = 100 + (-7x) & x(1 - x) = x \times (1 - x) \\ (2x + 1)(3x - 4) = (2x + 1) \times (3x - 4) & & 3x + 11 \end{array}$$

2) Réduire une expression

Formule de distributivité :

$$\begin{array}{ll} xa + xb = x(a + b) & x(a + b) = xa + xb \\ ax + bx = (a + b)x & (a + b)x = ax + bx \end{array}$$

Exemples :

- $4 \times 10 + 4 \times 5 = 4 \times (10 + 5)$
 $= 4 \times 15$
 $= 60$
- $6 \times 2 - 4 \times 2 = (6 - 4) \times 2$
 $= 2 \times 2$
 $= 4$

Curiosité :

Si on traduit la formule de distributivité dans la langue française, cela pourrait donner ceci :

J'épluche **une banane** **et** je mange **une banane**
=
J'épluche **et** mange **une banane**

Méthode : Réduire une expression

 Vidéo <https://youtu.be/qEUb4IU-HiY>

Réduire les expressions suivantes :

$$A = 4x + 3x$$

$$B = 2,4x - 1,3x$$

$$C = 2a + 4 - 3a + 6 - 2a + 8a - 8$$

Correction

$$A = 4x + 3x = (4 + 3)x = 7x \quad \leftarrow \text{On applique la formule de distributivité}$$

$$B = 2,4x - 1,3x = (2,4 - 1,3)x = 1,1x$$

$$\begin{aligned} C &= 8a + 4 - 3a + 6 - 8 \\ &= 5a + 2 \end{aligned}$$



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales