

# SYMÉTRIES

▶ Tout le cours en vidéo : <https://youtu.be/-ZWAUCXmXB4>

## Partie 1 : Les symétries

### 1) Symétrie axiale (Rappels)

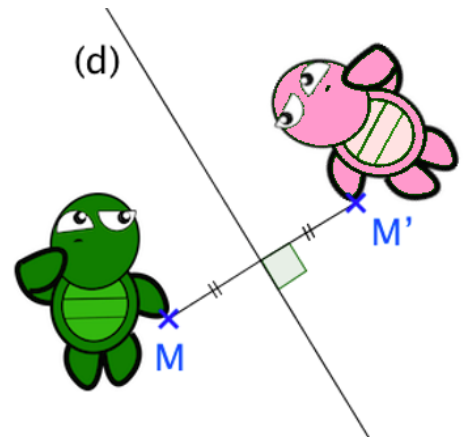
▶ Vidéo <https://www.youtube.com/playlist?list=PLVUDmbpupCarQBoHtQcjPvitHjCWDVGGQ>

**Définition :** Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite** si elle se superposent par pliage le long de la droite. La droite est appelée **axe de symétrie**.

#### Propriété :

Dire que le point  $M'$  est l'image du point  $M$  par la symétrie d'axe  $(d)$  signifie que :

- $[MM']$  est perpendiculaire à  $(d)$ ,
- $M$  et  $M'$  sont à égale distance de  $(d)$ .



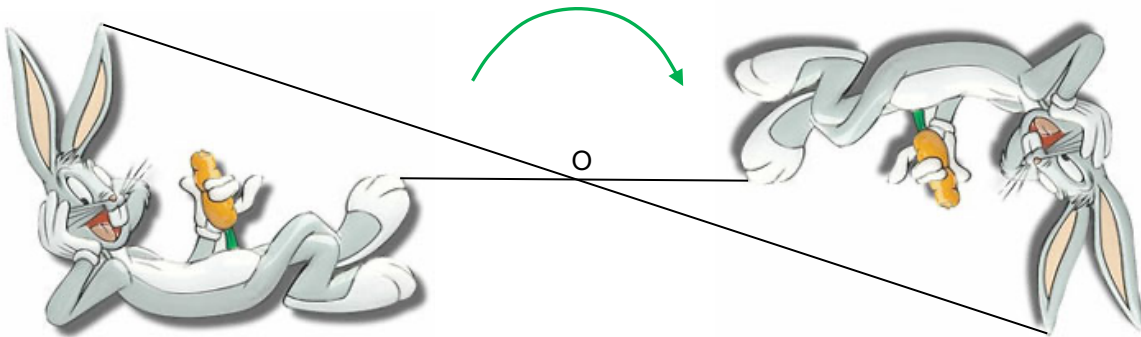
**Remarque :** Dans ce cas,  $(d)$  est la médiatrice de  $[MM']$ .

### 2) Symétrie centrale

Activité de groupe : Demi-tours

[http://www.maths-et-tiques.fr/telech/demi\\_tour.pdf](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/demi_tour.pdf)

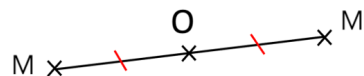
**Définition :** Une **symétrie centrale** fait tourner une figure autour d'un point en effectuant un demi-tour.



Tracer le symétrique de Titeuf :

<http://www.maths-et-tiques.fr/telech/titeuf.qgb>

**Propriété :** Dire que le point  $M'$  est le symétrique du point  $M$  par la symétrie de centre  $O$  signifie que le point  $O$  est le milieu du segment  $[MM']$ .



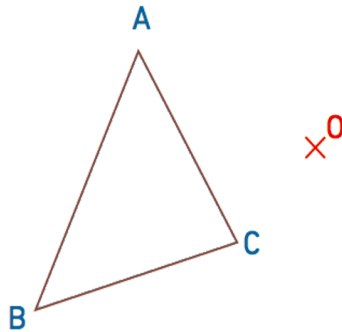
On dit, dans ce cas, que  $M'$  est le symétrique de  $M$  **par rapport à**  $O$ .

Remarque : Le symétrique du point O par rapport à O est O !

Méthode : Construire l'image d'une figure par une symétrie centrale

 Vidéo [https://www.youtube.com/playlist?list=PLVUDmbpupCq2\\_WKgsP0xJM0gOI1ZY6xK](https://www.youtube.com/playlist?list=PLVUDmbpupCq2_WKgsP0xJM0gOI1ZY6xK)

Construire le triangle  $A'B'C'$ , image du triangle ABC par la symétrie de centre O.

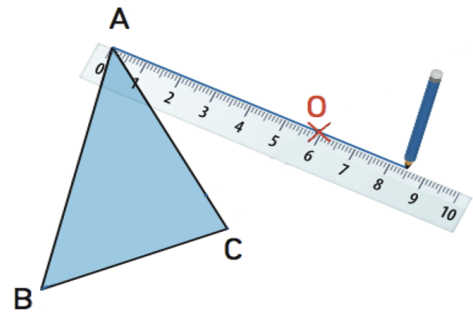


### Correction

On construit les images  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  des points A, B et C.

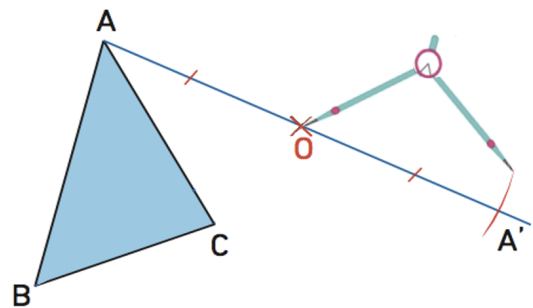
- Pour construire  $A'$  :

On commence par tracer la demi-droite  $[AO)$ .

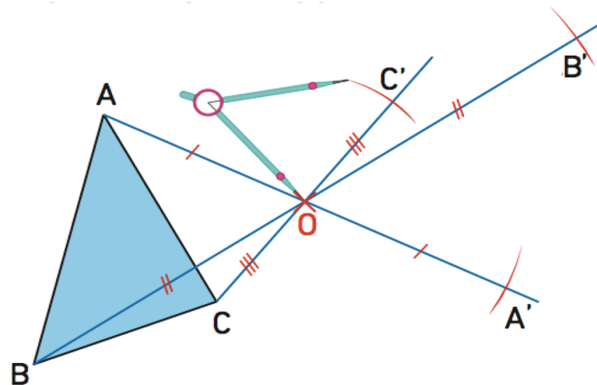


On place  $A'$  sur la demi-droite  $[AO)$  en reportant la longueur AO de l'autre côté de O.

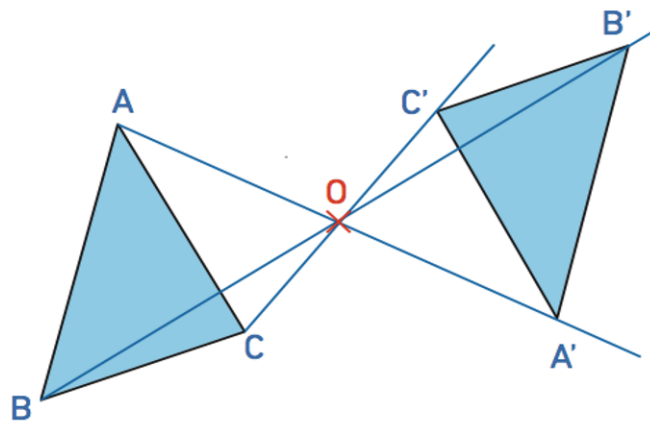
Ainsi O est le milieu du segment  $[AA']$ .



- On fait de même pour construire  $B'$  et  $C'$  :



- On relie les points  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  et on obtient le triangle  $A'B'C'$  image du triangle ABC par la symétrie de centre O.



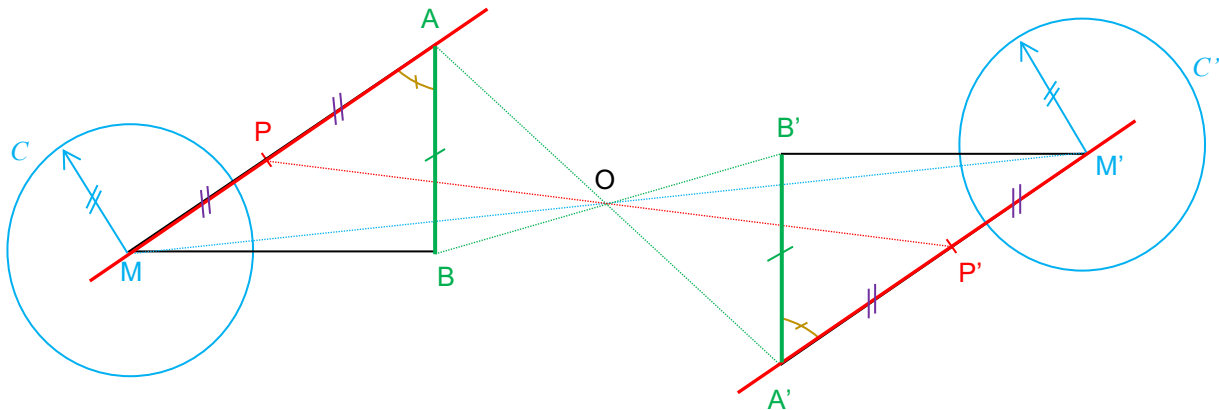
### Partie 3 : Propriétés de la symétrie centrale

*TP info : Les propriétés de la symétrie centrale*  
[http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Proprietes\\_Symetrie\\_qq.pdf](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Proprietes_Symetrie_qq.pdf)

#### Exemple :

Les points  $A'$ ,  $B'$ ,  $P'$  et  $M'$  sont les images respectives des points  $A$ ,  $B$ ,  $P$  et  $M$  par la symétrie de centre  $O$ .

Les cercles  $C$  et  $C'$  sont également image l'un de l'autre.



On observe par exemple que :

- $(AM) \parallel (A'M')$
- $A, P, M$  sont alignés et  $A', P', M'$  sont également alignés.
- $AB = A'B'$
- $P$  est le milieu de  $[AM]$  et  $P'$  est le milieu de  $[A'M']$ .
- Les cercles  $C$  et  $C'$  ont le même rayon
- $\widehat{MAB} = \widehat{M'A'B'}$
- Les triangles  $ABM$  et  $A'B'M'$  ont la même aire.



Droite	Deux droites symétriques sont parallèles.
Alignement	Les images de points alignés sont des points alignés.
Segment	Deux segments symétriques sont parallèles et de même longueur.
Milieu	L'image d'un milieu est un milieu
Cercle	Deux cercles symétriques ont le même rayon. Les centres de ces deux cercles sont images l'un de l'autre.
Angle	Deux angles symétriques ont la même mesure.
Aires	Deux figures symétriques ont la même aire.

**Méthode :** Utiliser les propriétés de la symétrie centrale

▶ Vidéo <https://youtu.be/B3xIAAp10ww>

▶ Vidéo <https://youtu.be/zEWQwYUMXZc>

On considère un triangle  $OAB$ .

Le point  $A'$  est le symétrique de  $A$  par rapport à  $O$ .

Le point  $B'$  est le symétrique de  $B$  par rapport à  $O$ .

Prouver que les droites  $(AB)$  et  $(A'B')$  sont parallèles.

### Correction

On commence par réaliser une figure.

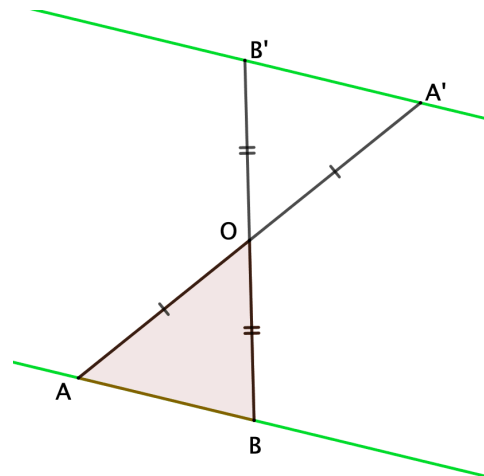
Le point  $A'$  est l'image de  $A$  par rapport à  $O$ .

Le point  $B'$  est l'image de  $B$  par rapport à  $O$ .

Donc, la droite  $(A'B')$  est l'image de la droite  $(AB)$  par rapport à  $O$ .

Or, deux droites symétriques sont parallèles.

Donc les droites  $(AB)$  et  $(A'B')$  sont parallèles.

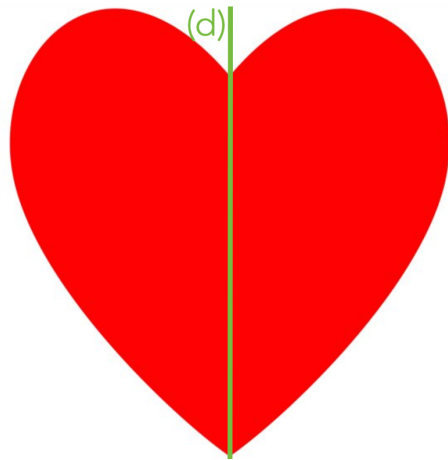


## Partie 4 : Axe de symétrie et centre de symétrie

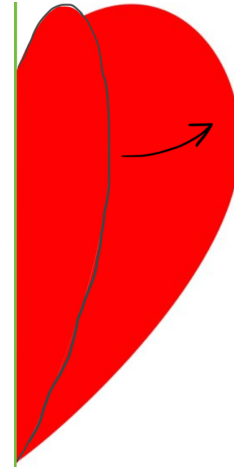
▶ Vidéo <https://youtu.be/x2MqdM1t5Y4>

### 1) Axe de symétrie

**Définition :** Une droite est un **axe de symétrie** d'une figure lorsque, par pliage le long de la droite, les deux parties de la figure se superposent.



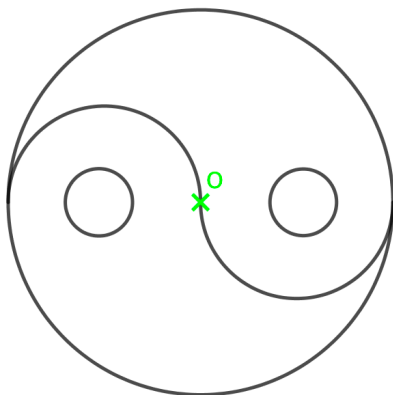
La droite (d) est axe de symétrie.



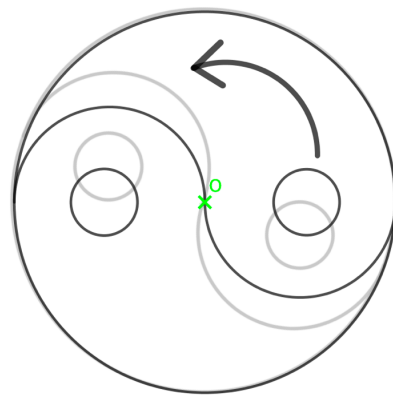
Par pliage, les deux parties du cœur se superposent.

## 2) Centre de symétrie

**Définition :** Un point est un **centre de symétrie** d'une figure lorsque, en effectuant un demi-tour autour du point, la figure se superpose avec elle-même.



Le point O est centre de symétrie.



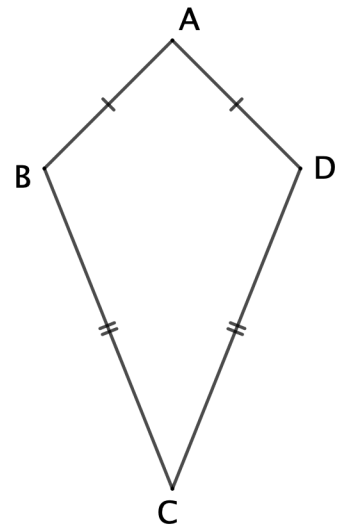
Par demi-tour, la figure se superpose avec elle-même.

Méthode : Reconnaître un axe et un centre de symétrie

 Vidéo <https://youtu.be/x2MqdM1t5Y4>

On considère le quadrilatère ABCD tel que :  $AB = AD$  et  $CB = CD$ .

Cette figure possède-t-elle un axe de symétrie et un centre de symétrie ?

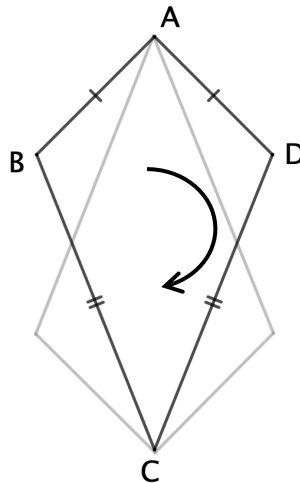


### Correction

- Si on effectue un pliage le long de la droite (AC), les deux parties de la figure se superposent. Le quadrilatère ABCD possède un axe de symétrie : la droite (AC).



- Cependant, si en effectuant un demi-tour, il n'est pas possible que la figure se superpose avec elle-même. Le quadrilatère ABCD ne possède pas de centre de symétrie



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)