

LES FONCTIONS DE REFERENCE

I. Fonctions affines et fonctions linéaires

1. Définitions

Une fonction affine f est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$, où a et b sont deux nombres réels.

Lorsque $b = 0$, la fonction f définie par $f(x) = ax$ est une fonction linéaire.

Exemples :

La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x + 6$ est une fonction affine.

La fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = -\frac{2}{7}x$ est une fonction linéaire.

Exercices conseillés

Ex 1 à 4 (page 8) p92 n°12	
-------------------------------	--

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés

p104 n°9 à 12 p105 n°13, 14 p106 n°28, 29	
---	--

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

En devoir

p106 n°30

2. Variations

Propriété :

Soit f une fonction affine définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$.

Si $a > 0$, alors f est croissante sur \mathbb{R} .

Si $a < 0$, alors f est décroissante sur \mathbb{R} .

Si $a = 0$, alors f est constante sur \mathbb{R} .

Démonstration :

Soient m et p deux nombres réels tels que $m < p$.

$$f(p) - f(m) = (ap + b) - (am + b) = a(p - m)$$

On sait que $m < p$ donc $p - m > 0$.

Le signe de $f(p) - f(m)$ est le même que celui de a .

- Si $a > 0$, alors $f(p) - f(m) > 0$ soit $f(m) < f(p)$.

Donc f est croissante sur \mathbb{R} .

- Si $a = 0$, alors $f(p) - f(m) = 0$ soit $f(m) = f(p)$.

Donc f est constante sur \mathbb{R} .

- Si $a < 0$, alors $f(p) - f(m) < 0$ soit $f(m) > f(p)$.

Donc f est décroissante sur \mathbb{R} .

3. Représentation graphique

▶ Vidéo <https://youtu.be/fq2sXpbdJQg>

▶ Vidéo <https://youtu.be/q68CLk2CNik>

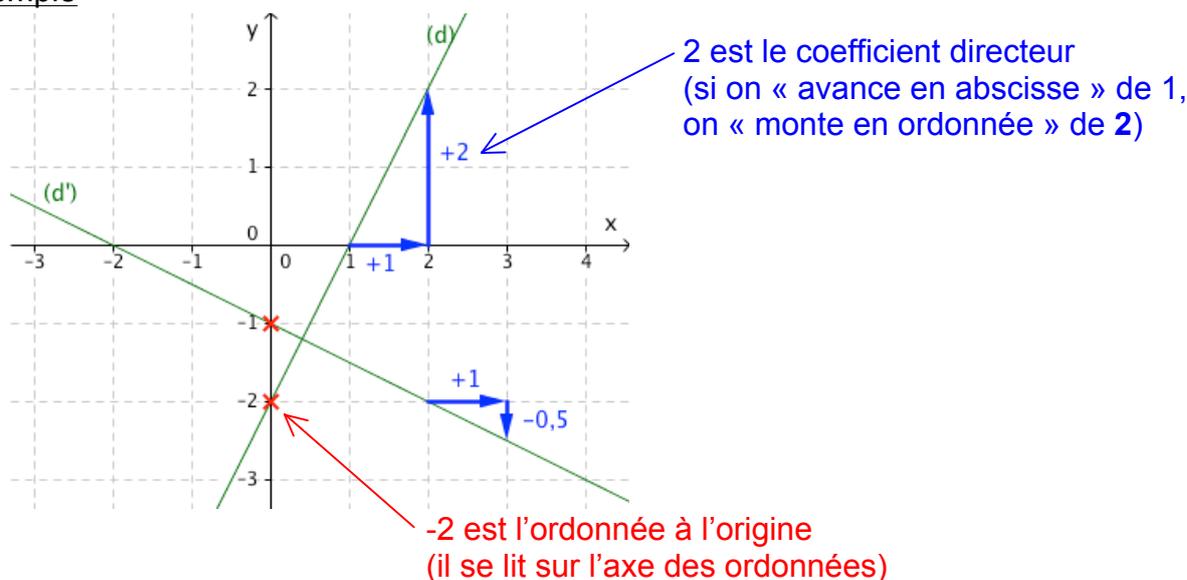
▶ Vidéo <https://youtu.be/OnnrfqztpTY>

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite qui n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées.

Dans le cas d'une fonction linéaire, il s'agit d'une droite passant par l'origine du repère.

Dans le cas d'une fonction constante, il s'agit d'une droite parallèle à l'axe des abscisses.

Exemple



Pour (d) : Le coefficient directeur est 2
L'ordonnée à l'origine est -2

La fonction f représentée par la droite (d) est définie par $f(x) = 2x - 2$

Pour (d') : Le coefficient directeur est -0,5
L'ordonnée à l'origine est -1

La fonction g représentée par la droite (d') est définie par $g(x) = -0,5x - 1$

Pour la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$:

a est coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine de la droite représentative.

Exercices conseillés

Ex 5 à 6 (page 8)
p91 n°1, 2, 4, 7
p92 n°16, 15
Ex 9 à 12 (page 9)

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés

-p90 n°1
p104 n°12
p105 n°15, 17,
18, 19, 20, 22*
p116 n°132*
-p106 n°36 à 39
-p106 n°41
p107 n°42
p113 n°108*

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

En devoir

-p105 n°16, 21

-p106 n°40

Propriété :

Si $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ sont deux points distincts de la droite (d) représentant la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$ alors :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Démonstration :

$$y_B - y_A = f(x_B) - f(x_A) = (ax_B + b) - (ax_A + b) = a(x_B - x_A)$$

Comme la droite (d) n'est pas verticale, $x_A \neq x_B$, et on a : $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

Méthode : Déterminer l'expression d'une fonction affine

📺 Vidéo <https://youtu.be/0jX7iPWCWI4>

Déterminer par calcul une expression de la fonction f telle que $f(-2) = 4$ et $f(3) = 1$.

La représentation graphique correspondant à la fonction affine f passe donc par les points $A(-2 ; 4)$ et $B(3 ; 1)$.

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$a = \frac{1 - 4}{3 - (-2)} = -\frac{3}{5}$$

Comme A est un point de la droite, on a : $f(-2) = 4$

De plus : $f(x) = -\frac{3}{5}x + b$, donc on a :

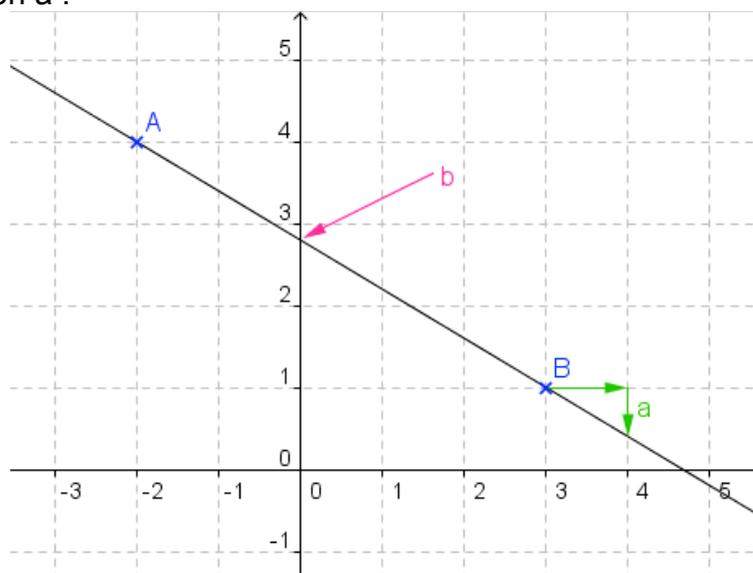
$$4 = -\frac{3}{5} \times (-2) + b \text{ donc } b = \frac{14}{5}$$

$$\text{D'où : } f(x) = -\frac{3}{5}x + \frac{14}{5}$$

Remarque :

Le graphique permet de lire des valeurs approchées de a et b .

Cette méthode graphique n'est pas précise mais permet d'avoir un ordre de grandeur des valeurs cherchées.



Exercices conseillés	En devoir
p91 n°3, 5 Ex 8 (page 9)	Ex 7 (page 9)

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés	En devoir
p105 n°23 à 27 p112 n°100*, 101*	p106 n°28

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

Méthode : Appliquer un pourcentage

 Vidéo https://youtu.be/c2s_Fta0jCo

Le litre d'essence coûte 1,40 €. En janvier, il augmente de 8%. En février, il diminue de 8%.

- Calculer les prix successifs du litre d'essence.
- En mars, le prix du litre d'essence est égal à 1,37€. Calculer la variation entre février et mars en pourcentage.

$$1) \text{ Janvier : } 1,40 \times \left(1 + \frac{8}{100}\right) = 1,40 \times 1,08 = 1,512\text{€} \approx 1,51\text{€}$$

$$\text{Février : } 1,512 \times \left(1 - \frac{8}{100}\right) = 1,512 \times 0,92 = 1,39104\text{€} \approx 1,39\text{€}$$

$$2) 1,39104 \times x = 1,37$$

$$x = \frac{1,37}{1,39104} \approx 0,985$$

Le prix du litre d'essence a diminué d'environ 1,5%.

Exercices conseillés	En devoir
Ex 13 à 17 (page 10) p93 n°21, 26* p94 n°27*	p93 n°23

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés	En devoir
p104 n°1 à 8 p113 n°111*	p113 n°112

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

II. Fonction carré

 Vidéo <https://youtu.be/B3mM6LYdsF8>

1. Définition

La fonction carré f est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$.

2. Variations

Propriété :

La fonction carré f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty; 0]$ et croissante sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

Démonstration :

- Soient a et b deux nombres réels quelconques positifs tels que $a < b$.

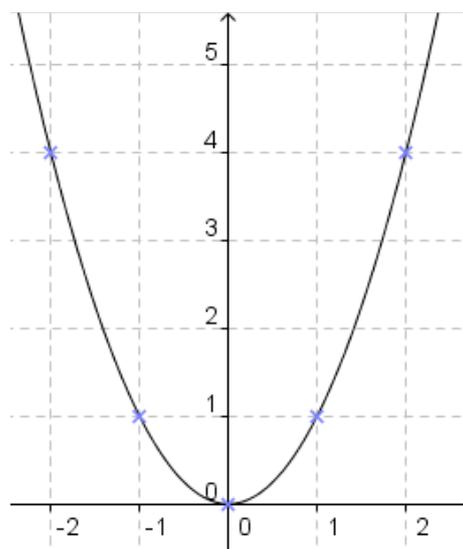
$$f(b) - f(a) = b^2 - a^2 = (b - a)(b + a)$$

Or $b - a > 0$, $a \geq 0$ et $b \geq 0$ donc $f(b) - f(a) \geq 0$ ce qui prouve que f est croissante sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

- La décroissance sur l'intervalle $]-\infty; 0]$ est prouvée de manière analogue en choisissant a et b deux nombres réels quelconques négatifs tels que $a < b$.

3. Représentation graphique

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	4	1	0	1	4

Remarques :

- 1) Le tableau de valeurs n'est pas un tableau de proportionnalité. La fonction carrée n'est donc pas une fonction linéaire.
- 2) Dans un repère (O, I, J) , la courbe de la fonction carré est appelée une parabole de sommet O .
- 3) Dans un repère orthogonal, la courbe de la fonction carré est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Exercices conseillés	En devoir
Ex 18 à 24 (page 10 et 11) p94 n°28 p99 n°73*	p100 n°77

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés	En devoir
-p107 n°45 à 52 p107 n°54, 55 -p108 n°56, 57 -p100 TP3 -p328 et 329 AP	-p107 n°53 p108 n°68 -p108 n°58

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

III. Fonction inverse

▶ Vidéo <https://youtu.be/VI2rlbFF22Y>

1. Définition

La fonction inverse f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.

Remarques :

- $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ désigne l'ensemble des nombres réels sauf 0, c'est-à-dire $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$. On peut aussi noter cet ensemble \mathbb{R}^* .
- La fonction inverse n'est pas définie en 0.

2. Variations

Propriété :

La fonction inverse est décroissante sur l'intervalle $]-\infty ; 0[$ et décroissante sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

Remarque :

La variation d'une fonction ne peut s'étudier que sur un intervalle. On ne peut donc pas évoquer de décroissance sur $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$ qui n'est pas un intervalle mais conclure de manière séparée que la fonction inverse est décroissante sur l'intervalle $]-\infty ; 0[$ et décroissante sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

Démonstration :

- Soient a et b deux nombres réels strictement positifs avec $a < b$.

$$f(b) - f(a) = \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{a - b}{ab}.$$

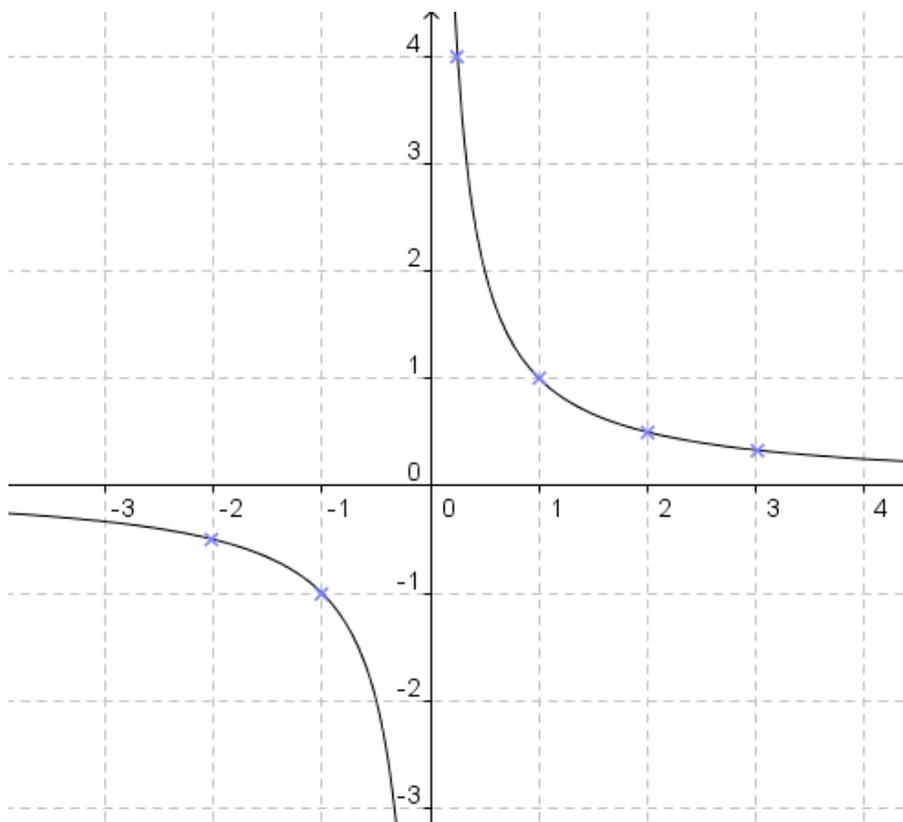
Or $a > 0$, $b > 0$ et $a - b < 0$. Donc $f(b) - f(a) \leq 0$.

f est ainsi décroissante sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

- La décroissance sur l'intervalle $]-\infty ; 0[$ est prouvée de manière analogue.

3. Représentation graphique

x	-2	-1	0,25	1	2	3
$f(x)$	-0,5	-1	4	1	0,5	$\frac{1}{3}$

Remarques :

- 1) Dans un repère (O, I, J), la courbe de la fonction inverse est une hyperbole de centre O.
- 2) La courbe de la fonction inverse est symétrique par rapport à l'origine.

Exercices conseillés	En devoir
Ex 25 à 29 (page 11) p96 n°58*	Ex 30 (page 12)

ODYSSÉE 2de HATIER *Édition 2010*

Exercices conseillés	En devoir
-p108 n°70 à 74 p109 n°75, 77 p114 n°122* -p109 n°80 à 82, 84	-p109 n°76 - p109 n°88

ODYSSÉE 2de HATIER *Édition 2014*



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales

Exercice 1

Soit un rectangle de côtés de longueurs x et 2 .

- 1) a) Écrire en fonction de x , l'expression d'une fonction donnant le périmètre de ce rectangle.
b) Cette fonction est-elle affine ?
- 2) a) Écrire en fonction de x , l'expression d'une fonction donnant l'aire de ce rectangle.
b) Cette fonction est-elle affine ?

Exercice 2

Soit un carré de côté de longueur x .

Laquelle des expressions de l'aire ou du périmètre du carré en fonction de x est une fonction affine ?

Exercice 3

On considère la fonction affine f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x - 1$

- 1) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	2	4
$f(x)$			

- 2) a) Quelle est la nature de la représentation graphique de la fonction f ?
b) À l'aide du tableau, donner les coordonnées de 3 points appartenant à la représentation graphique de f .
c) En déduire le tracé de la représentation graphique de f .

Exercice 4

On considère la fonction affine g définie par $g(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

- 1) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	2
$g(x)$		

- 2) Tracer la représentation graphique de g .

Exercice 5

On considère la fonction affine f définie par $f(x) = 2x + 1$

- 1) a) Quelle est l'ordonnée à l'origine de la droite représentative de la fonction f ?
b) En déduire les coordonnées d'un point appartenant à cette droite.
c) Placer ce point dans un repère.
- 2) a) Quel est le coefficient directeur de la droite représentative de la fonction f ?
b) En déduire les coordonnées d'un deuxième point appartenant à la droite.
- 3) Tracer la droite représentative de la fonction f .

Exercice 6

On considère la fonction affine g définie par $g(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

- 1) Donner l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur de la droite représentative de la fonction f .
- 2) Représenter graphiquement la fonction g .

Exercice 7

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine f passe par les points A(-1 ; 4) et B(0 ; 2).

- 1) Placer les points A et B dans un repère orthonormé.
- 2) Déterminer par le calcul les valeurs des réels a et b telles que pour tout x réel, $f(x) = ax + b$.
- 3) Vérifier graphiquement les résultats obtenus.

Exercice 8

Dans un repère on donne deux points A(-3 ; 5) et B(2 ; -15). Déterminer l'expression de la fonction affine dont la courbe représentative est la droite (AB).

Exercice 9

Dans un repère, tracer la représentation graphique de la fonction f donnée par

$$f(x) = \begin{cases} 2-x & \text{pour } x \leq 2 \\ x-2 & \text{pour } x \geq 2 \end{cases}$$

Exercice 10

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $\begin{cases} x+2 & \text{pour } x \leq -1 \\ -2x-1 & \text{pour } x \geq -1 \end{cases}$

Tracer la représentation graphique de f .

Exercice 11

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $\begin{cases} -\frac{1}{3}x+1 & \text{pour } x \leq 3 \\ 2x-6 & \text{pour } x \geq 3 \end{cases}$

Tracer la représentation graphique de f .

Exercice 12

Dans un repère, tracer la représentation graphique de la fonction g donnée par

$$g(x) = \begin{cases} -x-6 & \text{pour } x \leq -1 \\ 2x-3 & \text{pour } -1 \leq x \leq 2 \\ x-1 & \text{pour } x \geq 2 \end{cases}$$

Exercice 13

La ville de Bordeaux compte 240000 habitants. Quel sera ce nombre s'il augmente de 3% ?

Exercice 14

Le prix d'un téléphone portable est 99€. Quel est le prix payé par un acheteur qui a obtenu une réduction de 10% ?

Exercice 15

Un marchand de cycle propose à un client une réduction de 15% sur un VTT affiché à 249€. Quel sera le prix payé par un client qui dispose d'une carte de fidélité qui lui accorde en plus une réduction de 5% ?

Exercice 16

Déterminer dans chacun des cas le coefficient multiplicateur qui passe d'un prix initial à un prix final. En déduire la variation exprimée en pourcentage.

Prix initial en €	Prix final en €
80	56
24	30
45	22,50
19	38

Exercice 17

En combien de temps le nombre de bactéries dans un produit aura-t-il doublé s'il augmente de 3% par jour ?

Exercice 18

Calculer le carré des nombres suivants :

3 ; 5 ; -2 ; -7 ; 10 ; -11

Exercice 19

a) Retrouver des nombres dont le carré est égal à :

16 ; 1 ; 36 ; 64 ; 81

b) Existe-t-il un nombre dont le carré est égal à -25 ? Expliquer.

Exercice 20

Parmi les expressions suivantes, reconnaître celles de fonctions carré ?

$$f(x) = 3x$$

$$g(x) = x^2$$

$$h(x) = x \times x$$

$$k(x) = 3\sqrt{x}$$

Exercice 21

Prouver que les fonctions suivantes sont des fonctions carré ?

$$f(x) = x(x+1) - x$$

$$g(x) = -x^2 + 5x^2 - 3x^2$$

$$h(x) = (x-1)^2 + 2x - 1$$

Exercice 22

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2$.

1) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	9						

2) a) Pourquoi le point de coordonnées (-3 ; 9) appartient-il à la courbe représentative de f ?

b) Dans un repère, placer les points de la courbe représentative de f correspondant aux valeurs du tableau et en déduire le tracé de la courbe.

Exercice 23

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2$.

- 1) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2
f(x)							

- 2) Dans un repère, placer les points de la courbe représentative de f correspondant aux valeurs du tableau et en déduire le tracé de la courbe sur l'intervalle $[0 ; 1,2]$.

Exercice 24

On considère la fonction f définie par $f(x) = 0,5x^2$.

Compléter le tableau de valeurs puis tracer la représentation graphique de f .

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
f(x)									

Exercice 25

- 1) Calculer l'inverse des nombres suivants : 2 ; 5 ; 1 ; -2 ; 10 ; $\frac{1}{2}$

Exercice 26

Retrouver les nombres dont l'inverse est égal à : $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{7}$; 3 ; 0,2 ; $-\frac{3}{2}$

Exercice 27

Parmi les expressions suivantes, reconnaître celles de fonctions inverse ?

$$f(x) = \frac{x}{2} \qquad g(x) = \frac{1}{x} \qquad h(x) = \frac{x+1}{x} \qquad k(x) = 1 : x$$

Exercice 28

Prouver que les fonctions suivantes sont des fonctions inverse ?

$$f(x) = 3 \times \frac{1}{3x} \qquad g(x) = \frac{x+1}{x} - 1$$

Exercice 29

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x}$.

- 3) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0,1	0,2	0,5	1	2	4	5
f(x)	10						

- 4) a) Pourquoi le point de coordonnées (0,1 ; 10) appartient-il à la courbe représentative de f ?
 b) Dans un repère, placer les points de la courbe représentative de f correspondant aux valeurs du tableau et en déduire le tracé de la courbe sur l'intervalle $[0,1 ; 5]$.

Exercice 30

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{2}{x}$.

1) Compléter le tableau de valeurs puis tracer la représentation graphique de f sur l'intervalle $[0,1 ; 5]$.

x	0,1	0,2	0,4	0,5	0,8	1	2	4	5
f(x)									

2) a) Que peut-on dire des symétries de la courbe représentative de f ?

b) En déduire le tracé de la représentation graphique de f sur l'intervalle $[-5 ; -0,1]$.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales