DICHOTOMIE

On a représenté ci-dessous la fonction *f* définie par $f\left(x\right)=x^{3}-7x$.

L'objectif est de déterminer, sur l'intervalle [2 ; 4], un encadrement de la solution α de l'équation $f\left(x\right)=0$ avec une précision *p* choisie.

En effet, sur l'intervalle [2 ; 4], la fonction *f* est strictement croissante et l'équation $f\left(x\right)=0$ admet une solution unique.



Le principe, appelé dichotomie, est le suivant :

* On calcule l'image du centre de l'intervalle [2 ; 4] :

Le centre de l'intervalle est 3 et $f\left(3\right)>0$.

Donc α < 3.

* On poursuit donc la recherche de α sur l'intervalle [2 ; 3].
* On calcule l'image du centre de l'intervalle [2 ; 3] :

Le centre de l'intervalle est 2,5 et $f\left(2,5\right)<0$.

Donc α > 2,5.

* On poursuit donc la recherche de α sur l'intervalle [2,5 ; 3].

On répète le processus tant que l’amplitude de l’intervalle est supérieure à la précision choisie.

1) Compléter et prolonger le tableau suivant dans le but d'obtenir un encadrement d’amplitude 0,1 :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | b | Centre | Image du centre | Signe de l'image | Amplitude de l'intervalle |
| 2 | 4 | 3 | 6 | + | 2 |
| 2 | 3 | 2,5 | -1,875 |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

2) Voici un algorithme comprenant une erreur et qui doit permettre d'obtenir un encadrement de la solution α de l'équation $f\left(x\right)=0$ avec une précision *p* choisie.

Retrouver et corriger cette erreur.

|  |
| --- |
| **Langage naturel** |
| **Entrée**Saisir les réels a, b, p**Initialisation**Affecter à T la valeur b – a**Traitement des données**Tant que T > p Affecter à x la valeur (a + b)/2 Affecter à y la valeur x3 – 7x Si y > 0 Alors affecter à b la valeur x Sinon Affecter à a la valeur x Affecter à T la valeur b – a**Sortie**Afficher a et b |

3) Ecrire un programme à tester à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel pour déterminer un encadrement de la solution avec une précision *p* = 0,001.

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)