

EQUATIONS

TP info : Al Khwarizmi

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Alkhwa_Rech.pdf



La méthode de résolution des équations (*muadala*) découverte par le perse *Abu Djafar Muhammad ibn Musa al Khwarizmi* (Bagdad, 780-850) consiste en :

- **al jabr** (le reboutement, $4x - 3 = 5$ devient $4x = 5 + 3$), le mot est devenu "algèbre" aujourd'hui. Dans l'équation, un terme négatif est accepté mais *al Khwarizmi* s'attache à s'en débarrasser au plus vite. Pour cela, il ajoute son opposé des deux côtés de l'équation.

- **al muqabala** (la réduction, $4x = 9 + 3x$ devient $x = 9$)

Les termes semblables sont réduits.

A cette époque, la « famille des nombres » est appelée *dirham* et la « famille des x » est appelée *chay* (=chose), devenu plus tard *xay* en espagnol qui explique l'origine du x dans les équations.

I. Rappels des années passées

Méthode:

Résoudre les équations suivantes :

1) $x - 3 = -16$

2) $-3 + x = 2$

3) $14x = 7$

4) $\frac{1}{3}y = 5$

5) $\frac{4}{-5}x = 2$

6) $3x - 5 + 8x + 2 = 7x - 9$

7) $2(x - 3) - (x + 5) = 4$

Solutions :

1) $x = -13$ 2) $x = 5$ 3) $x = 1/2$ 4) $x = 15$ 5) $x = -5/2$

6) $x = -3/2$ 7) $x = 15$

Exercices conseillés

En devoir

Ex1 (page4)	p108 n°34, 35
p108 n°26 à 33	p113 n°104
p108 n°38, 39	
p108 n°42	
p109 n°45	

II. Avec des fractions

Méthode:

Résoudre l'équation : $\frac{x+4}{3} - \frac{x-1}{12} = \frac{3}{4}$

$$\frac{x+4}{3} - \frac{x-1}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{4(x+4)}{12} - \frac{x-1}{12} = \frac{9}{12} \quad \leftarrow \text{Mettre au même dénominateur}$$

$$4(x+4) - (x-1) = 9 \quad \leftarrow \text{Supprimer le dénominateur commun}$$

$$4x + 16 - x + 1 = 9$$

$$3x = -8$$

$$x = -\frac{8}{3}$$

Exercices conseillés	En devoir
Ex2 (page4)	p108 n°36, 37

III. Equation produit

Si $a \times b = 0$, que peut-on dire de a et b ?

« Faire des essais sur des exemples, puis conclure ... ! »

Propriété : Si $a \times b = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$.
Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Méthode:

Résoudre l'équation $(4x + 6)(3 - 7x) = 0$

Si un produit de facteur est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Alors : $4x + 6 = 0$ ou $3 - 7x = 0$

$$4x = -6 \qquad -7x = -3$$

$$x = -\frac{6}{4} \qquad x = \frac{-3}{-7}$$

$$x = -\frac{3}{2} \qquad x = \frac{3}{7}$$

$$S = \left\{ -\frac{3}{2}; \frac{3}{7} \right\}$$

Exercices conseillés	En devoir
p106 n°1 à 8	p106 n°9 et 10
p109 n°49 à 55	p109 n°48, 56
p109 n°57 à 60	
p110 n°65, 67	
p113 n°106	

Activité de groupe : Moquettes !
<http://www.maths-et-tiques.fr/telech/MOQUETTES.pdf>

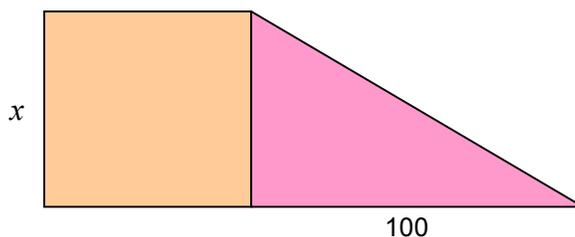
IV. Application à la résolution de problèmes

Méthode:

Deux agriculteurs possèdent des champs ayant un côté commun de longueur inconnue. L'un est de forme carré, l'autre à la forme d'un triangle rectangle de base 100m. Sachant que les deux champs sont de surface égale, calculer leurs dimensions.



*On désigne par x la longueur du côté commun.
 Les données sont représentés sur la figure suivante :*



L'aire du champ carré est égale à x^2 .

L'aire du champ triangulaire est égale à $\frac{100x}{2} = 50x$

Les deux champs étant de surface égale, le problème peut se ramener à résoudre l'équation : $x^2 = 50x$

Soit $x^2 - 50x = 0$

$$x(x - 50) = 0$$

Si un produit de facteurs est nul alors l'un au moins des facteurs est nul.

Alors $x = 0$ ou $x - 50 = 0$

$$x = 0 \text{ ou } x = 50$$

La première solution ne convient pas à la situation du problème, on en déduit que le premier champ est un carré de côté de longueur 50m et le deuxième est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesure 100m et 50m.

Exercices conseillés	En devoir
p102 n°1 p109 n°43, 44 p116 n°142, 143 p117 n°147	p116 n°144

TICE	
p120 n°1 et 2	

EXERCICE 1

- 1) $7x = 8$
- 2) $2x - 8x - 4 = 8x + 6 - 7 + 4x$
- 3) $\frac{2}{3}x = 9$
- 4) $-(x + 5) = 5(1 - 2x)$
- 5) $8 = 4y$
- 6) $9x - 7x + 5 - 9x = 6 - 4x + 8x$
- 7) $\frac{8}{7}x = 14$
- 8) $6(3y - 5) = -(-5 - y)$
- 9) $12t = 48$
- 10) $7x - 2x + 2x - 9 + 7x = 14x$
- 11) $\frac{x}{2} = 25$
- 12) $-(18 - x) + 7(3x + 5) = -(2 - 4x)$

EXERCICE 2

- 1) $\frac{x-1}{5} + \frac{x+1}{3} = 2$
- 2) $\frac{3-2x}{6} + \frac{3+x}{8} = \frac{3-4x}{4} + x$
- 3) $\frac{3(x-4)}{5} - \frac{4-x}{6} = \frac{12x+7}{30}$
- 4) $\frac{3x-4}{6} - \frac{4x+7}{9} = 1 - 3x$
- 5) $\frac{3x-4}{5} - \frac{3x}{4} = \frac{3x-1}{2} + 1$
- 6) $\frac{2x}{7} - \frac{7}{2} = \frac{3-x}{2} - (x-20)$
- 7) $\frac{x+3}{4} + \frac{x-1}{6} = 7$
- 8) $\frac{x+3}{4} - \frac{x-1}{6} = 7$



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales