ETUDE D’UNE FONCTION

Soit la fonction *f* définie sur ℝ par : $f\left(x\right)=$ $\frac{2x}{x^{2}+9}$.

**1) Variations de la fonction**

 a) Vérifier que : $f'\left(x\right)=$ $\frac{2\left(3+x\right)\left(3-x\right)}{\left(x^{2}+9\right)^{2}}$.

 b) Etudier le signe de *f ’* sur ℝ. On pourra s’aider d’un tableau de signes.

 c) En déduire les variations de la fonction *f* sur ℝ. On présentera les résultats dans un tableau de variations.

**2) Limites aux bornes**

 a) Démontrer que pour tout $x$ non nul, on a : $f\left(x\right)=$ $\frac{1}{x}×\frac{2}{1+\frac{9}{x^{2}}}$.

 b) En déduire les limites de la fonction *f* en $+\infty $ et en $-\infty $. Compléter les résultats dans le tableau de variations de la question 1c.

 c) En déduire l’existence d’une asymptote à la courbe dont on donnera l’équation.

**3) Tangentes à la courbe**

 a) Donner les équations de tangentes horizontales à la courbe. Pour chacune d’elles, on précisera en quel point.

 b) Déterminer l’équation de la tangente à la courbe en 0.

 c) Simplifier l’expression $f\left(x\right)-\frac{2}{9}x$ et en déduire la position relative de la tangente en 0 avec la courbe de la fonction *f.*

**4) Représentation graphique**

 a) Tracer dans un repère, l’asymptote et les trois tangentes déterminées dans les questions précédentes.

 b) Tracer dans le même repère, une représentation graphique de la fonction *f* en s’appuyant sur ces droites particulières et s’aidant du tableau de variations de la fonction.

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)