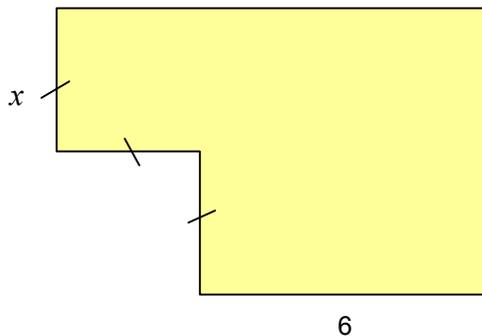


# DEVELOPPEMENTS ET FACTORISATIONS



En 1591, **François Viète** publie un nouvel ouvrage qui représente une avancée considérable pour l'algèbre. Le calcul littéral trouve ses bases dans le but de résoudre tout problème. Les grandeurs cherchées sont désignées par des voyelles et les grandeurs connues par des consonnes. Les symboles d'opérations sont officialisés : +, -, une barre horizontale pour : et *in* pour  $\times$  ; la multiplication par 2 est notée bis. Pour les parenthèses, il utilise des accolades.

## I. Introduction au calcul littéral



1) Exprimer en fonction de  $x$  l'aire de la figure ci-contre.

*Réponses possibles :*

$$\begin{array}{ll} x^2 + 2x \times 6 & 2x \times 6 + x^2 \\ 2x(x+6) - x^2 & x \times 6 + (x+6) \times x \end{array}$$

...

*Toutes ces expressions sont égales.*

2) Calculer son aire lorsque  $x = 3$  et  $x = 4$

*Réponse :*

*Avec la 1ère expression :*

$$x = 3 : x^2 + 2x \times 6 = 3^2 + 2 \times 3 \times 6 = \dots = 45$$

$$x = 4 : x^2 + 2x \times 6 = 4^2 + 2 \times 4 \times 6 = \dots = 64$$

3) Prouver que toutes les expressions de la question 1) sont égales.

*Réponses :*

$$x^2 + 2x \times 6 = x^2 + 12x$$

$$2x \times 6 + x^2 = x^2 + 12x$$

$$2x(x+6) - x^2 = 2x^2 + 12x - x^2 = x^2 + 12x$$

$$x \times 6 + (x+6) \times x = 6x + x^2 + 6x = x^2 + 12x$$

Exercices conseillés	En devoir
-p66 n°1 à 16 p70 n°55 p76 n°146 et 148 -p70 n°60 et 61	p75 n°125 à 129 p77 n°157

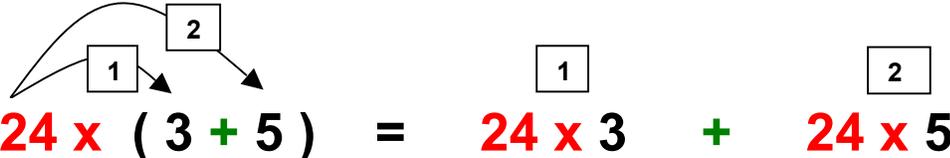
## II. La distributivité

### 1) Avec des nombres (Rappels de 5<sup>e</sup>)

Effectuer mentalement  $32 \times 101 \dots$

On fait  $32 \times (100 + 1) = 32 \times 100 + 32 \times 1 = 3200 + 32 = 3232$

↑ c'est la distributivité



Je distribue la multiplication par 24,  
c'est la distributivité.

### Exercice :

Calculer de même :  $89 \times 11 = 89 \times (10 + 1) = 89 \times 10 + 89 \times 1 = 890 + 89 = 979$   
 $45 \times 101 = 45 \times (100 + 1) = 45 \times 100 + 45 \times 1 = 4500 + 45 = 4545$   
 $13 \times 102 = 13 \times (100 + 2) = 13 \times 100 + 13 \times 2 = 1300 + 26 = 1326$   
 $56 \times 99 = 56 \times (100 - 1) = 56 \times 100 - 56 \times 1 = 5600 - 56 = 5544$   
 $28 \times 999 = 28 \times (1000 - 1) = 28 \times 1000 - 28 \times 1 = 28000 - 28 = 27972$

### 2) Avec des lettres

#### Méthode :

Ecrire les expressions suivantes sans parenthèse (=développer).

a)  $2(3 + y) = 6 + 2y$

b)  $-5(x - y) = -5x + 5y$

c)  $-3(-2x + y) = 6x - 3y$

d)  $x(-4 - y) = -4x - xy$

$$e) 2x(x - y + 4) = 2x^2 - 2xy + 8x$$

$$f) -(3 - x) = -3 + x \quad (\text{On dit que } 3 - x \text{ et } -3 + x \text{ sont opposés.})$$

$$g) +(-1 + x) = -1 + x$$

Exercices conseillés	En devoir
p72 n°78 à 85	p75 n°137 et 138
p67 n°17 à 25	
p71 n°72 à 76	
p76 n°151	

### 3) Formules

$$\begin{array}{ll} k(a + b) = ka + kb & k(a - b) = ka - kb \\ (a + b)k = ak + bk & (a - b)k = ak - bk \end{array}$$

### 4) Factorisation

« lecture droite - gauche » de la formule de distributivité ou « comment mettre en facteur une expression ? »

#### Méthode :

Factoriser les expressions suivantes puis les simplifier le plus possible :

$$1) 42 \times 104 - 42 \times 4$$

$$2) 7x + 7 \times 5$$

$$3) 24 - 8x$$

$$4) 3x + 8x$$

$$5) 3x - 3$$

$$\begin{aligned} 1) 42 \times 104 - 42 \times 4 &= 42 \times (104 - 4) \\ &= 42 \times 100 \\ &= 4200 \end{aligned}$$

$$2) 7x + 7 \times 5 = 7(x + 5)$$

$$3) 24 - 8x = 8 \times 3 - 8x = 8(3 - x)$$

$$4) 3x + 8x = x(3 + 8) = 11x$$

$$5) 3x - 3 = 3(x - 1)$$

### III. Réductions

Exercices conseillés

p62 n°2

#### Méthode :

1) Réduire les expressions suivantes :

$$A = 4x + 3x$$

$$B = 2a + 4 - 3a + 6 - 2a + 8a - 8$$

$$C = x^2 + 8x - 7 - 8x + 14 - 2x^2 + 3x$$

$$A = 4x + 3x = 7x$$

$$B = 2a + 4 - 3a + 6 - 2a + 8a - 8 = 5a + 2$$

$$C = x^2 + 8x - 7 - 8x + 14 - 2x^2 + 3x = -x^2 + 3x + 7$$

2) Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = -(-x + 3) + 2(x - 5)$$

$$B = 7 - 2(x - 2)$$

$$A = -(-x + 3) + 2(x - 5)$$

$$= x - 3 + 2x - 10$$

$$= 3x - 13$$

$$B = 7 - 2(x - 2)$$

$$= 7 - 2x + 4$$

$$= -2x + 11$$

Exercices conseillés

En devoir

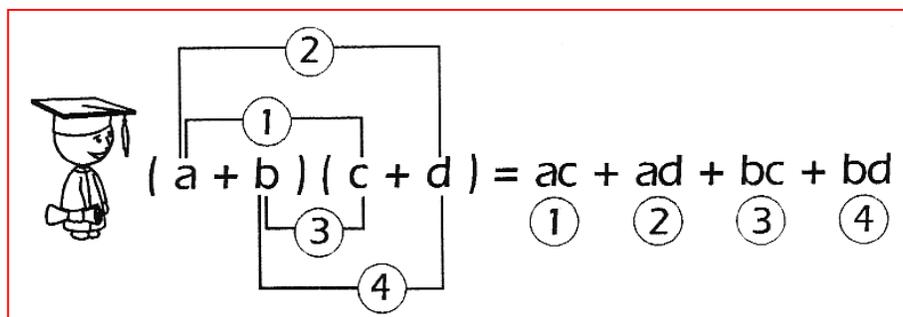
p70 n°57 à 59

p75 n°130 à 134

p70 n°62 et 63

p71 n°65 et 66

### IV. Double distributivité



**Méthode :**

Développer et réduire si possible :

$$1) A = (x + 3)(y + 2)$$

$$B = (3 - 2x)(4 - x)$$

$$A = xy + 2x + 3y + 6$$

$$B = 12 - 3x - 8x + 2x^2$$

$$= 2x^2 - 11x + 12$$

$$2) C = 2(3 + x)(3 - x)$$

$$D = 2x(1 - x) - (x - 3)(3x + 2)$$

$$C = 2(9 - 3x + 3x - x^2)$$

$$= 18 - 6x + 6x - 2x^2$$

$$= -2x^2 + 18$$

$$D = 2x(1 - x) - (x - 3)(3x + 2)$$

$$= 2x - 2x^2 - (3x^2 + 2x - 9x - 6)$$

$$= 2x - 2x^2 - 3x^2 - 2x + 9x + 6$$

$$= -5x^2 + 9x + 6$$

Exercices conseillés	En devoir
p72 n°87 à 92 p73 n°93 et 94	p75 n°141 à 143



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)