FACTORISATIONS

I. La distributivité

**Factorisation : Lecture « droite ➡︎ gauche » de la formule de distributivité !**



Définition :

**Factoriser** une expression, c’est transformer une somme ou une différence en produit.

Dans la pratique, factoriser, c’est mettre en facteur en gagnant des parenthèses dans une expression.

Méthode : Appliquer la distributivité pour le calcul mental

 **Vidéo** [**https://youtu.be/sr\_vOR2ALhw**](https://youtu.be/sr_vOR2ALhw)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/BaUpx07H0NM**](https://youtu.be/BaUpx07H0NM)

Calculer astucieusement :

1) 131 x 13 + 131 x 87 2) 37 x 13 - 37 x 3 3) 4*x* + 4 x 5

1) Astuce :

On reconnaît le facteur commun **131** pour appliquer la formule de distributivité de la droite vers la gauche.

 **131 x** 13 + **131 x** 87 = **131 x** (13 + 87)

 = 131 x 100 = 13100

2) **37 x** 13 – **37 x** 3 = **37 x** (13 – 3)

 = 37 x 10

 = 370

3) **4***x* + **4 x** 5 = **4**(*x* + 5)

II. Factorisations avec facteur commun

 *Vient du latin « Factor » = « celui qui fait »*

1) Introduction :

Retrouver les expressions qui sont factorisées :

A = (2*x* + 1)(1 + *x*) F = (1 + 3*x*)(*x* – 2) + 1 K = (*x* – 4) – 3(5 + 2*x*)

B = (*x* + 3) + (1 – 3*x*) G = 4*x* – 15 L = (6 + *x*)2 – 4(2 + 3*x*)

C = (*x* – 4) – 3(3 + 2*x*) H = (8*x* + 4)(2*x* + 1)(1 + *x*) M = (2 + 2)(3 – 4*x*)

D = 2(1 + *x*) I = (*x* + 15)2 N = *x*(*x* – 2)

E = 3(5 + *x*)(32 + 5*x*) J = 4 – (*x* – 5)(3*x* – 5) O = (2*x* + 1)2(1 + *x*)

*Réponses : A, D, E, H, I, M, N et O.*

FACTORISER:

C’est mettre en facteurs une expression qui ne l’est pas.

Rien à voir avec moi ☺

 **Vidéo** [**https://youtu.be/FTi9WOQsq3w**](https://youtu.be/FTi9WOQsq3w)

2) Le facteur commun est un nombre ou une inconnue isolée

Méthode : Factoriser un nombre ou une inconnue

 **Vidéo** [**https://youtu.be/r3AzqvgLcI8**](https://youtu.be/r3AzqvgLcI8)

Pour factoriser, il faut trouver dans l’expression un facteur commun.

Trouver le facteur commun de ces expressions, puis factoriser et réduire si possible :

A = 3,5*x* – 4,2*x* + 2,1*x* C = 4*x* – 4*y* + 8 E = 3*t* + 9*u* + 3

B = 4*t* – 5*tx* + 3*t* D = *x*2 + 3*x* – 5*x*2 F = 3*x* – *x*

A = 3,5*x* – 4,2*x* + 2,1*x* C = 4*x* – 4*y* + 4x2 E = 3*t* + 3x3*u* + 3x1

 = *x*(3,5 – 4,2 + 2,1) = 4(*x* – *y* + 2) = 3(*t* + 3*u* + 1)

 = 1,4*x*

B = 4*t* – 5*tx* + 3*t*  D = *x* x *x* + 3*x* – 5*x* x *x* F = 3*x* – 1*x*

 = *t*(4 – 5*x* + 3) = *x*(*x* + 3 – 5*x*) = *x*( 3 – 1 )

 = *t*(7 – 5*x*) = *x*(– 4*x* + 3) = 2*x*

3) Le facteur commun est une expression

Méthode : Factoriser une expression

 **Vidéo** [**https://youtu.be/5dCsR85qd3k**](https://youtu.be/5dCsR85qd3k)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/UGTFELhE9Dw**](https://youtu.be/UGTFELhE9Dw)

Trouver le facteur commun de ces expressions, puis factoriser et réduire le 2e facteur si possible :

A = 3(2 + 3*x*) – (5 + 2*x*)(2 + 3*x*)

B = (4*x* – 1)(*x* + 6) + (4*x* – 1)

C = (1 – 6*x*)2 – (1 – 6*x*)(2 + 5*x*)

D = 5(1 – 2*x*) – (4 + 3*x*)(2*x* – 1)

Pour factoriser, il faut trouver dans chacun des termes de l’expression un facteur commun. Il s’agit ici de 2 + 3*x*.

A = 3(2 + 3*x*) – (5 + 2*x*)(2 + 3*x*)

 = (2 + 3*x*)(3 – (5 + 2*x*))

 = (2 + 3*x*)(3 – 5 – 2*x*)

 = (2 + 3*x*)(– 2 – 2*x*)

B = (4*x* – 1)(*x* + 6) + (4*x* – 1)x1

 = (4*x* – 1)(*x* + 6 + 1)

 = (4*x* – 1)(*x* + 7)

C = (1 – 6*x*)(1 – 6*x*) – (1 – 6*x*)(2 + 5*x*)

 = (1 – 6*x*)((1 – 6*x*) – (2 + 5*x*))

 = (1 – 6*x*)(1 – 6*x* – 2 – 5*x*)

 = (1 – 6*x*)(– 11*x* – 1)

Lorsque le facteur commun n’est pas immédiatement apparent, il est parfois possible de modifier l’écriture d’un des termes de l’expression pour faire apparaître un facteur commun :

D= 5(1 – 2*x*) – (4 + 3*x*)(2*x* – 1)

 = 5(1 – 2*x*) + (4 + 3*x*)(1 – 2*x*)

 = (1 – 2*x*)(5 + (4 + 3*x*))

 = (1 – 2*x*)(9 + 3*x*)

III. Factorisations en appliquant une identité remarquable

Propriété : Les identités remarquables

Pour tous nombres réels a et b, on a :

DEVELOPPER

(a + b)2 = a2 + 2ab + b2

(a – b)2 = a2 – 2ab + b2

(a + b)(a – b) = a2 – b2

FACTORISER

Méthode : Factoriser en appliquant les identités remarquables (1)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/5dCsR85qd3k**](https://youtu.be/5dCsR85qd3k)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/VWKNW4aLeG8**](https://youtu.be/VWKNW4aLeG8)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/91ZSBiadxrA**](https://youtu.be/91ZSBiadxrA)

Factoriser : A = *x*2 – 2*x* + 1 B = 4*x*2 + 12*x* + 9 C = 9*x*2 – 4

 D = 25 + 16*x*2 – 40*x* E = 1 – 49*x*2 F = 12t + 4 + 9t2

Retrouvons les termes : a2 b2 2ab dans les e*x*pressions

A = *x*2 – 2*x* + 1 (2ème I.R. avec a = *x* et b = 1)

 = (*x* – 1)2

B = 4*x*2 + 12*x* + 9 (1ère I.R. avec a = 2*x* et b = 3)

 = (2*x* + 3)2

C = 9*x*2 – 4 (3ème I.R. avec a = 3*x*  et b = 2)

 = (3*x* – 2)(3*x* + 2)

D = 25 + 16*x*2 – 40*x* (2ème I.R. avec a = 5 et b = 4*x*)

 = (5 – 4*x*)2

E = 1 – 49*x*2 (3ème I.R. avec a = 1 et b = 7*x*)

 = (1 – 7*x*)(1 + 7*x*)

F = 12*t* + 4 + 9*t*2 (1ère I.R. avec a = 2 et b = 3*t*)

 = (2 + 3*t*)2

Méthode : Factoriser en appliquant les identités remarquables (2)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/nLRRUMRyfZg**](https://youtu.be/nLRRUMRyfZg)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/tO4p9TzMrls**](https://youtu.be/tO4p9TzMrls)

Factoriser et réduire :

G = (2*x* + 3)2 – 64 H = 1 – (2 – 5*x*)2

G = (2*x* + 3)2 – 64 (3ème I.R. avec a = 2*x* + 3 et b = 8)

 = ((2*x* + 3) – 8)((2*x* + 3) + 8)

 = (2*x* + 3 – 8)(2*x* + 3 + 8)

 = (2*x* – 5)(2*x* + 11)

H = 1 – (2 – 5*x*)2 (3ème I.R. avec a = 1 et b = 2 – 5*x*)

 = (1 – (2 – 5*x*))(1 + (2 – 5*x*))

 = (1 – 2 + 5*x*)(1 + 2 – 5*x*)

 = (–1 + 5*x*)(3 – 5*x*)

IV. Second degré

1. Prérequis : Les équations du second degré

Définition : Une **équation du second degré** est une équation de la forme

 $ax^{2}+bx+c=0$ où *a*, *b* et *c* sont des réels avec $a\ne 0$.

Une solution de cette équation s'appelle une **racine** du trinôme $ax^{2}+bx+c$.

Exemple :

L'équation $3x^{2}-6x-2=0$ est une équation du second degré.

Définition : On appelle **discriminant** du trinôme $ax^{2}+bx+c$, le nombre réel, noté Δ, égal à $b^{2}-4ac$.

Propriété : Soit Δ le discriminant du trinôme $ax^{2}+bx+c$.

- Si Δ < 0 : L'équation $ax^{2}+bx+c=0$ n'a pas de solution réelle.

- Si Δ = 0 : L'équation $ax^{2}+bx+c=0$ a une unique solution : $x\_{0}=$ $\frac{-b}{2a}$.

- Si Δ > 0 : L'équation $ax^{2}+bx+c=0$ a deux solutions distinctes :

 $x\_{1}=$ $\frac{-b-\sqrt{Δ}}{2a}$ et $x\_{2}=$ $\frac{-b+\sqrt{Δ}}{2a}$.

1. Factorisation d’un polynôme du second degré

Propriété : Soit *f* une fonction polynôme de degré 2 définie sur  par $f\left(x\right)=ax^{2}+bx+c$.

- Si Δ = 0 : Pour tout réel *x*, on a : $f\left(x\right)=a\left(x-x\_{0}\right)^{2}$.

- Si Δ > 0 : Pour tout réel *x*, on a : $f\left(x\right)=a\left(x-x\_{1}\right)\left(x-x\_{2}\right)$.

Remarque : Si Δ < 0, il n’existe pas de forme factorisée de *f*.

Méthode : Factoriser un trinôme

 **Vidéo** [**https://youtu.be/eKrZK1Iisc8**](https://youtu.be/eKrZK1Iisc8)

Factoriser les trinômes suivants : a) $4x^{2}+19x-5$ b) $9x^{2}-6x+1$

a) On cherche les racines du trinôme $4x^{2}+19x-5 $:

Calcul du discriminant : Δ = 192 – 4 x 4 x (–5) = 441

Les racines sont : $x\_{1}=$ $\frac{-19-\sqrt{441}}{2×4}$ = –5 et $x\_{2}=$ $\frac{-19+\sqrt{441}}{2×4}$ = $\frac{1}{4}$

On a donc :

$$4x^{2}+19x-5=4\left(x-\left(-5\right)\right)\left(x-\frac{1}{4}\right)=\left(x+5\right)\left(4x-1\right)$$

b) On cherche les racines du trinôme $9x^{2}-6x+1$ :

Calcul du discriminant : Δ = (–6)2 – 4 x 9 x 1 = 0

La racine (double) est : $x\_{0}=-$ $\frac{-6}{2×9}$ = $\frac{1}{3}$

On a donc :

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)

$9x^{2}-6x+1=9\left(x-\frac{1}{3}\right)^{2}=\left(3x-1\right)^{2}$.