LES PUISSANCES

PARTIE A : PUISSANCE D'UN NOMBRE

I. Nombre au carré, nombre au cube

Vidéo **https://youtu.be/x35fh5SVRMQ**

3×3 s'écrit 3^2
6×6 s'écrit 6^2
$5 \times 5 \times 5$ s'écrit 5^3

$x \times x$ s'écrit x^2 *et se lit « x au carré ».*
$x \times x \times x$ s'écrit x^3 *et se lit « x au cube ».*

Notation introduite par René Descartes XVIIe

II. Puissances quelconques

1) Exemples et définition

Vidéo **https://youtu.be/jts9wiXPHtk**

3 à la puissance 4	5 à la puissance 3	0 à la puissance 6	1 à la puissance 5	9 à la puissance 1	-3 à la puissance 4
3^4	5^3	0^6	1^5	9^1	$(-3)^4$
3x3x3x3	5x5x5	0x0x0x0x0x0	1x1x1x1x1	9	(-3)x(-3)x(-3)x(-3)
81	125	0	1	9	81

$a^4 = a \times a \times a \times a$

De façon générale :
$a^n = a \times a \times a \times a \times \ldots \times a$
avec n facteurs a

2) Cas particuliers

$a^1 = a$ pour tout nombre a

$a^0 = 1$ pour tout nombre a non nul

$0^n = 0$ pour tout nombre entier n non nul

$1^n = 1$ pour tout nombre entier n

Divertissement :

Belles égalités :
$3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$
$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$
$3^3 + 4^4 + 3^3 + 5^5 = 3435$

3) Attention aux signes !

Ne pas confondre : $(-3)^4 = (-3)\text{x}(-3)\text{x}(-3)\text{x}(-3) = 81$
et : $-3^4 = -3 \text{ x } 3 \text{ x } 3 \text{ x } 3 = -81$

Méthode : Utiliser la notation des puissances

Vidéo https://youtu.be/4CEYTrvUP0I

Calculer :
$A = (-5)^2$ $B = -1^2$ $C = (-1)^2$ $D = -3^3$ $E = (-2)^2$ $F = -7^2$
$G = (-9)^0$ $H = -9^0$ $I = -3^2 \text{ x } (1-2)^2$ $J = (-3+8)^3 \text{ x } (1-2)^2$

$A = (-5)^2 = 25$ $B = -1^2 = -1$ $C = (-1)^2 = 1$ $D = -3^3 = -27$ $E = (-2)^2 = 4$ $F = -7^2 = -49$

$G = (-9)^0 = 1$ $H = -9^0 = -1$

$I = -3^2 \text{ x } (1-2)^2$
$= -9 \text{ x } (-1)^2$
$= -9 \text{ x } 1 = -9$

$J = (-3+8)^3 \text{ x } (1-2)^2$
$= (5)^3 \text{ x } (-1)^2$
$= 125 \text{ x } 1 = 125$

4) Puissances d'exposant négatif

On dit que : $a^{-1} = \frac{1}{a}$ est l'inverse de a.

De façon générale : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Méthode : Utiliser les puissances d'exposant négatif

Vidéo https://youtu.be/5miQxq30zhY

Écrire les quotients sous la forme a^{-n} :

$A = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$ $B = \frac{1}{(-6) \times (-6) \times (-6)}$ $C = \frac{1}{(-6)^8 \times (-1)^8}$

$$A = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^5} = 3^{-5}$$

$$B = \frac{1}{(-6) \times (-6) \times (-6)} = \frac{1}{(-6)^3} = (-6)^{-3}$$

$$C = \frac{1}{(-6)^8 \times (-1)^8} = \frac{1}{6^8} = 6^{-8}$$

PARTIE B : PUISSANCE DE 10

I. Définition

1) Exemples :

a) 10^5 = 10 x 10 x 10 x 10 x 10 = 100 000 *(1 suivi de 5 zéros)*
b) 10^3 = 10 x 10 x 10 = 1 000 *(1 suivi de 3 zéros)*

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times ... \times 10}_{avec\ n\ facteurs\ 10}$$

2) Cas des puissances de 10 d'exposant négatif :

Exemple :

$$\frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0{,}0001 = 10^{-4}$$

↑ *1 précédé de 4 zéros*

$$10^{-n} = \underbrace{0{,}00...0}_{avec\ n\ zéros}1$$

On note : $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

De façon générale : $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$

Méthode : Utiliser les puissances de 10

Vidéo https://youtu.be/D5Fe9Fv6CqQ
Vidéo https://youtu.be/TSeL-rVZNPQ

1) Écrire les nombres sous forme décimale : $A = 10^3$ $B = 10^{-3}$ $C = 10^{-5}$
2) Écrire les nombres sous la forme 10^n ou 10^{-n} : D = 1 000 000 E = 0,0001
3) Écrire les quotients sous la forme 10^{-n} : $F = \frac{1}{10^5}$ $G = \frac{1}{10\times10\times10}$ $H = \frac{1}{10^2\times10^3}$

1) A = 1000 B = 0,001 C = 0,00001
2) $D = 10^6$ $E = 10^{-4}$
3) $F = \frac{1}{10^5} = 10^{-5}$ $G = \frac{1}{10\times10\times10} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$

$H = \frac{1}{10^2\times10^3} = \frac{1}{100\times1000} = \frac{1}{100\ 000} = \frac{1}{10^5} = 10^{-5}$

II. La notation scientifique

1) Écriture d'un nombre avec des puissances de 10

Méthode : Écrire sous forme décimale des nombres contenant des puissances de 10

Vidéo https://youtu.be/vRPOgw3Sfnk

1) Exprimer sous forme décimale les nombres suivants :

$A = 3,25 \times 10^5$ $B = 42,125 \times 10^8$ $C = 1589,2 \times 10^{-4}$

2) Compléter :

$84,2645 \times 10^{\dots} = 84264,5$
$\dots \times 10^{-3} = 0,12585$
$4587,26 \times 10^{\dots} = 45,8726$

1) $A = 3,25 \times 10^5 = 325\ 000$ (virgule décalée de 5 rangs vers la droite)
$B = 42,125 \times 10^8 = 4\ 212\ 500\ 000$ (virgule décalée de 8 rangs vers la droite)
$C = 1589,2 \times 10^{-4} = 0,15892$ (virgule décalée de 4 rangs vers la gauche)

2) $84,2645 \times 10^{3} = 84264,5$
$125,85 \times 10^{-3} = 0,12585$
$4587,26 \times 10^{-2} = 45,8726$

2) Définition de la notation scientifique

Exemples : Les nombres rayés ne sont pas des écritures scientifiques :

$7,328 \times 10^5$ $\cancel{12,2 \times 10^4}$ $\cancel{0,2 \times 10^{-1}}$ 1×10^{14}
$\cancel{24,45 \times 10^{-5}}$ $2,1 \times 10^{47}$ $9,99 \times 10^{-7}$

La notation scientifique :

$$7,328 \times 10^5$$

Nombre compris entre 1 et 10 (10 exclu) x une puissance de 10

Méthode : Écrire un nombre sous sa forme scientifique

Vidéo https://youtu.be/tzhNCpLRtCY

Donner la notation scientifique des nombres suivants :

$A = 8\ 300\ 000$ $B = 0,\ 000\ 000\ 456$ $C = 0,002\ 31$
$D = 147,3 \times 10^5$ $E = 0,0125 \times 10^{-2}$

A = 8 300 000 = *8,3 x 10^6*
B = 0, 000 000 456 = *4,56 x 10^{-7}* Compter le nombre de déplacements de la virgule
C = 0,002 31 = *2,31 x 10^{-3}*
D = 147,3 x 10^5 = *1,473 x 10^7*
E = 0,0125 x 10^{-2} = *1,25 x 10^{-4}*

3) La notation scientifique sur la calculatrice

Vidéo https://youtu.be/xMR4hFMdTMY (CASIO)
Vidéo https://youtu.be/IlOkQuUy_ow (HP)
Vidéo https://youtu.be/7eKVelM9IF8 (TI)

A l'aide de la calculatrice, on effectue les opérations de la première colonne pour compléter le tableau :

OPERATION	*AFFICHAGE EN ECRITURE SCIENTIFIQUE*	*ECRITURE DÉCIMALE*
850 000 x 450 000	3,825 x 10^{11}	382 500 000 000
8500 x 7200 x 2500	1,53 x 10^{11}	153 000 000 000
57 : 2 000 000 : 2 000 000	1,425 x 10^{-11}	0,000 000 000 014 25
250 x 6500 x 9200	1,495 x 10^{10}	14 950 000 000
63 : 300 000 : 500 000	4,2 x 10^{-10}	0,000 000 000 42

Exercice : A l'aide de la calculatrice, effectuer les opérations suivantes :
On exprimera les résultats en notation scientifique.

a) 2,32 x 10^5 x 3,14 x 10^3 = *7,284 x 10^8*
b) 4,12 x 10^{12} + 3,11 x 10^{11} = *4,431 x 10^{12}*
c) 3,125 x 10^{24} – 3,125 x 10^{23} = *2,8125 x 10^{24}*
d) 78,34 x 10^{58} = *7,834 x 10^{59}*
e) 9,82 x 10^{-7} x 6,18 x 10^{-8} = *6,06876 x 10^{-14}*
f) 1,58 x 10^{22} + 1,32 x 10^{21} = *1,712 x 10^{22}*
g) 3,895 x 10^{14} – 2,145 x 10^{13} = *3,6805 x 10^{14}*

PARTIE C : OPÉRATIONS SUR LES PUISSANCES

I. Puissances quelconques

Avec $n \in \mathbb{Z}$ et $p \in \mathbb{Z}$

$a^n \times a^p = a^{n+p}$	$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$	$(a^n)^p = a^{n \times p}$	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$

Méthode : Effectuer des calculs sur les puissances

Vidéo https://youtu.be/FBmVDGvUtJ4
Vidéo https://youtu.be/cY6xdxT7kLM

Exprimer sous la forme d'une seule puissance :

A = $4^5 \times 4^7$ B = $\frac{5^4}{5^6}$ C = $7^3 \times (7^2)^6$
D = $6^7 \times 9^7$

A = $4^5 \times 4^7$
= 4^{5+7}
= 4^{12}

B = $\frac{5^4}{5^6}$
= 5^{4-6}
= 5^{-2}

C = $7^3 \times (7^2)^6$
= $7^3 \times 7^{2\times6}$
= $7^3 \times 7^{12}$
= 7^{3+12}
= 7^{15}

D = $6^7 \times 9^7$
= $(6 \times 9)^7$
= 54^7

II. Puissances de 10

$10^m \times 10^p = 10^{m+p}$ $\frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$ $(10^m)^p = 10^{m\times p}$

Méthode : Appliquer les formules sur les puissances de 10

Vidéo https://youtu.be/GWz5_veC12U

Écrire sous la forme 10^n ou 10^{-n} :

$A = 10^4 \times 10^7$ $B = \frac{10^{-4}}{10^5}$ $C = (10^2)^{-6}$ $D = 10^{-4} \times (10^3)^{-1}$ $E = \frac{10^7}{10^{-3} \times 10^{-5}}$

$A = 10^4 \times 10^7$
$= 10^{4+7}$
$= 10^{11}$

$B = \frac{10^{-4}}{10^5}$
$= 10^{-4-5}$
$= 10^{-9}$

$C = (10^2)^{-6}$
$= 10^{2\times(-6)}$
$= 10^{-12}$

$D = 10^{-4} \times (10^3)^{-1}$
$= 10^{-4} \times 10^{3\times(-1)}$
$= 10^{-4} \times 10^{-3}$
$= 10^{-4-3}$
$= 10^{-7}$

$E = \frac{10^7}{10^{-3} \times 10^{-5}}$
$= \frac{10^7}{10^{-3-5}}$
$= \frac{10^7}{10^{-8}}$
$= 10^{7-(-8)}$
$= 10^{15}$

Méthode : Appliquer les formules et écrire le résultat sous forme scientifique

Vidéo https://youtu.be/EL4dBiBbL-U

Donner l'écriture scientifique des nombres :

A = $4 \times 7 \times 10^{-5} \times 10^{-8}$ B = $\frac{7\times10^{-4}\times5\times10^{8}}{56\times10^{-9}}$ C = $\frac{32\times10^{-4}+6\times10^{-3}}{2\times10^{-5}}$

A = $4 \times 7 \times 10^{-5} \times 10^{-8}$

= 28×10^{-13}

= $2,8 \times 10^{-12}$

B = $\frac{7\times5}{56}\times\frac{10^{-4}\times10^{8}}{10^{-9}}$

= $0,625 \times \frac{10^{4}}{10^{-9}}$

= $0,625 \times 10^{13}$

= $6,25 \times 10^{12}$

C = $\frac{0,0032+0,006}{2\times10^{-5}}$

= $\frac{0,0092}{2}\times\frac{1}{10^{-5}}$

= $0,0046 \times 10^{5}$

= $4,6 \times 10^{2}$