PYRAMIDE ET CÔNE

I. La pyramide

1) Vocabulaire

Définition :

Une **pyramide** est un solide formé d’un polygone « surmonté » d’un sommet.



S : le sommet

En vert : la base, un polygone

En rouge : les arêtes latérales

En bleu : la hauteur *Pyramide du Louvre - Paris*

2) Une pyramide particulière : le tétraèdre

Vient du grec *tetra* (= 4) et *edros* (= base)



La base est un triangle

***Euclide*** a prouvé qu’il existe seulement 5 polyèdres réguliers (toutes les faces sont des polygones réguliers) : l’icosaèdre, le dodécaèdre, le tétraèdre, le cube, l’octaèdre. Ce sont les polyèdres de Platon qui symbolisaient selon lui : l’Eau, l’Univers, le Feu, la Terre et l’Air.



3) Patron

Méthode : Construire un patron d’une pyramide

 **Vidéo** [**https://youtu.be/GXkxA\_\_A44A**](https://youtu.be/GXkxA__A44A)

A

E

F

D

C

B

G

H

6cm

Construire le patron de la pyramide GABC inscrite

dans le cube ABCDEFGH.



On commence par tracer par exemple la base de la pyramide :

le triangle ABC rectangle et isocèle en B tel que AB = BC = 6 cm.



On trace ensuite la face de droite :

le triangle BCG rectangle et isocèle en C tel que

CG = 6 cm.



 On trace ensuite la face arrière :

 le triangle ACG rectangle en C tel que

 CG = 6 cm.

On finit en traçant la face de devant : le triangle ABG. Pour cela, on reporte au compas les longueurs AG et BG déjà construites sur les autres triangles.

B

A

C

G

G

6 cm

G

II. Le cône de révolution

1) Vocabulaire

Définition :

Un **cône** (ou cône de révolution) est un solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour d’un des côtés de l’angle droit.

*En grec « kônos » signifiait une pomme de pin*

S

S : le sommet

En vert : la base, un disque

En rouge : les génératrices

En bleu : la hauteur

2) Patron :

Méthode : Construire un patron d’un cône

 **Vidéo** [**https://youtu.be/hepr9p3Svbw**](https://youtu.be/hepr9p3Svbw)

Construire le patron du cône ci-contre.

On commence par faire un patron à main levée.

- Périmètre de la base = $2πr=2π×3 =6π$

Or, le périmètre de la base est égal au périmètre de l’arc $AB$ car ils se touchent.

Donc :

Périmètre de l’arc $AB$ $=6π$

- Périmètre du disque de centre S et de rayon 5 cm = $2×π×5 = 10π$.

Dans un cercle, la longueur de l’arc est proportionnelle à la mesure de l’angle au centre qui le définit.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Angle au centre | 360 | $$\hat{ASB}$$ |
| Longueur de l’arc | $$10π$$ | $$6π$$ |

 $\hat{ASB}$ $= 6π×360 :(10π)= 216°.$

O

S

B

A

5cm

3cm

216°

On construit ainsi le patron en vraie grandeur :

III. Volumes

1) Rappels : formules d’aires



2) Formules de volumes



Un premier exemple simple :

 **Vidéo** [**https://youtu.be/RzIJ5Fq2fiU**](https://youtu.be/RzIJ5Fq2fiU)

Méthode : Calculer le volume d’une pyramide

 **Vidéo** [**https://youtu.be/KKon\_cIVd9k**](https://youtu.be/KKon_cIVd9k)

S

3,5 cm

H

C

B

A

 AB = 4 cm et CH = 5 cm.

 La hauteur de la pyramide est de 3,5 cm

 Calculer son volume arrondi au centième de *cm3*.

Calcul de l’aire de la base :

La base est un triangle de hauteur CH = 5 cm.

*A =* $\frac{b×h}{2}$= $\frac{4×5}{2}$ = 10 *cm2*

Calcul du volume de la pyramide :

La pyramide a pour hauteur $H$ = 3,5 cm.

*V =* $\frac{A×H}{3}$ *=* $\frac{10×3,5}{3}$ = $\frac{35}{3}$ *cm3* ≈ 11,67 *cm3*

Calcul du volume d’un cône :

 **Vidéo** [**https://youtu.be/kMssaNRPXz8**](https://youtu.be/kMssaNRPXz8)

IV. Agrandissement et réduction

 1) Exemple d’introduction : Une pyramide réduite

C

4cm

6cm

E

G

F

B

A

D

Les faces CBA et CBD de la pyramide sont des triangles rectangles en B et

la base DBA est un triangle rectangle et isocèle en B.

CB = 6 cm et AB = 4 cm.

1) Calculer :

• L’aire du triangle DBA ;

• Le volume de la pyramide CDAB.

2) On coupe la pyramide par un plan parallèle à la base passant par le

point E tel que CE = 3 cm.

La pyramide CGFE est une réduction de la pyramide CDAB.

Calculer :

• Le coefficient de réduction ;

• L’aire du triangle GEF ;

• Le volume de la pyramide CGFE.

1) • *A*DBA = B x h : 2 = 4 x 4 : 2 = 8 cm2

 • *V*CABD = *A*DBA x H : 3 = 8 x 6 : 3 = 16 cm3

2) • $\frac{CE}{CB}=\frac{3}{6} $= 0,5

0,5 est le coefficient de réduction. ➜ Les longueurs sont multipliées par 0,5.

 • (EF = GE= 0,5 x 4 = 2 cm)

*A*GEF = B x h : 2 = 2 x 2 : 2 = 2 cm2

Compléter : *A*GEF = ? x *A*DBA

 2 = ? x 8

 ? = 2 : 8 = 0,25 (= 0,52)

 *A*GEF = 0,52 x *A*DBA ➜ Les aires sont multipliées par 0,52.

 • *V*CEFG = *A*GEF x H : 3 = 2 x 3 : 3 = 2 cm3

Compléter : *V*CEFG = ? x *V*CABD

 2 = ? x 16

 ? = 2 : 16 = 0,125 (= 0,53)

 *V*CEFG = 0,53 x *V*CABD ➜ Les volumes sont multipliés par 0,53.

 2) Propriétés

Propriétés :

Pour un agrandissement ou une réduction de rapport *k*,

-les longueurs sont multipliées par *k*,

-les aires sont multipliées par *k2*,

-les volumes sont multipliés par *k3*.

Remarque : Dans la pratique, on applique directement la propriété.

 3) Application

Méthode : Appliquer un agrandissement ou une réduction

 **Vidéo** [**https://youtu.be/YBwMKghrSOE**](https://youtu.be/YBwMKghrSOE)

Le récipient représenté ci-contre a une forme conique et a pour

dimensions : OM = 6 cm et SO = 12 cm.

1) Calculer, en cm3, le volume de ce récipient.
Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième de cm3.

2) On remplit d'eau le récipient jusqu'au point O' tel que SO' = 4,5 cm.

Le cône formé par l'eau est une réduction du cône initial.

Calculer le coefficient de réduction.

3) Déduire une valeur approchée du volume d'eau.

1) Aire de la base du récipient :

Il s’agit d’un disque de rayon OM = 6 cm, donc : *A* = πR2 = π x 62 = 36π

 Volume du récipient :

Il s’agit d’un cône de hauteur SO = 12 cm, donc :

$$V=\frac{Aire base × H}{3}=\frac{36π×12}{3}=144π cm^{3}= 452,4 cm^{3}$$

2) Coefficient de réduction :

Le coefficient de réduction est le rapport de deux longueurs qui se correspondent sur les deux solides. On prend ici les hauteurs SO et SO’ des deux solides.

$$k=\frac{SO'}{SO}=\frac{4,5}{12}=0,375$$

3) Pour une réduction de rapport *k* =0,375, les volumes sont multipliés par *k3* =0,3753.

Ainsi, le volume du petit cône correspondant à l’eau dans le récipient est égal à :

$V^{'}=452,4×0,375^{3}=23,9 cm^{3}.$

V. Repérage dans l’espace

 1) Repère de l’espace

Un parallélépipède peut définir un repère de l’espace.

Il faut choisir une origine (ici le point A) et trois axes gradués définis à partir des dimensions du parallélépipède : abscisse – ordonnée – altitude

Méthode : Se repérer sur le parallélépipède rectangle

 **Vidéo** [**https://youtu.be/OTUHNsf1Gek**](https://youtu.be/OTUHNsf1Gek)

On donne le repère de l’espace représenté ci-dessous défini à partir du parallélépipède ABCDEFGH.

Donner l’abscisse, l’ordonnée et l’altitude des sommets du parallélépipède et du milieu K du segment [FG].



Pour chaque point, on note dans l’ordre entre parenthèses l’abscisse, l’ordonnée et l’altitude.

 A(0 ; 0 ; 0) E(0 ; 0 ; 4) K(3,5 ; 5 ; 4)

 B(0 ; 5 ; 0) F(0 ; 5 ; 4)

 C(7 ; 5 ; 0) G(7 ; 5 ; 4)

 D(7 ; 0 ; 0) H(7 ; 0 ; 4)

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)