

# FACTORIELLES

Commentaire : Étudier un algorithme permettant d'approximer le nombre  $e$ .

1) On considère l'algorithme suivant :

```
P ← 1
Pour I allant de 1 à J
    P ← P × I
Fin Pour
Afficher P
```

Recopier et compléter le tableau donnant les valeurs successives prises par I et P, dans le cas où J = 5 :

I		1	2			
P	1					

2) a) On note  $n!$  (qui se lit factorielle  $n$ ) le produit des  $n$  premiers entiers non nuls.

On a ainsi :  $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ . Calculer  $4!$  et  $7!$

b) Programmer l'algorithme précédent sur la calculatrice ou sur un ordinateur pour :

- calculer  $13!$

- trouver la plus grande valeur de J acceptée par la programme. Interpréter.

3) On considère la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par :  $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{(n+1)!}$  et  $u_0 = 1$ .

a) Calculer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .

b) Le programme à compléter ci-dessous doit permettre de calculer des termes de la suite  $(u_n)$ .

Recopier et compléter ce programme.

**Avec TI**

```
Prompt N
1 → E
For ( ... )
1 → P
For (I,1,J)
P*I → P
End
... → E
End
Disp ...
```

**Avec CASIO**

```
"N=" ? → N
1 → E
For ...
1 → P
For I=1 To J
P×I → P
Next
... → E
Next
... ↵
```

**Avec PYTHON**

```
def facto(j):
    p=1
    for i in range (1,j+1):
        p=p*i
    return p

def nombre(n):
    e=1
    for ...
        e=...
    return(...)
```

c) Saisir ce programme et le tester pour  $u_5$ . Écrire la somme complète correspondante ainsi que le résultat obtenu en sortie du programme.

d) Tester ce programme pour des valeurs de N de plus en plus grande. Que constate-t-on ?

e) À partir du résultat précédent, retrouver une formule célèbre. On pourra préciser quel mathématicien l'a découverte.

4) Écrire un programme permettant de conjecturer vers quelle valeur converge la somme infinie suivante :

$$S = \frac{0}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots$$

On définira par récurrence la suite  $(v_n)$  renvoyant la somme des  $n$  premiers termes de S.

