

# LA FICELLE

## Commentaire :

Activité bilan sur la notion de fonction.



Avec une ficelle de longueur 10 cm, on fabrique un rectangle.

On désigne par  $x$  la longueur d'un côté de ce rectangle.

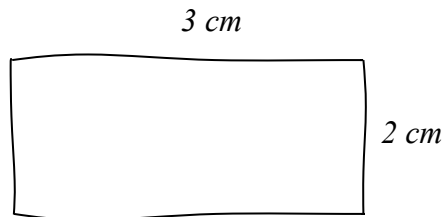
- 1) Calculer l'aire du rectangle pour  $x = 3$  cm.
- 2) Exprimer l'aire du rectangle en fonction de  $x$ .
- 3) À l'aide du tableau de valeurs ci-dessous, déterminer la valeur de  $x$  pour laquelle l'aire du rectangle semble la plus grande possible.

| $x$  | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 |
|------|---|-----|---|-----|---|-----|---|-----|
| Aire |   |     |   |     |   |     |   |     |

- 4) On note  $A$  la fonction donnant l'aire du rectangle en fonction de  $x$ .  
Justifier que :  $A(x) = 5x - x^2$ .
- 5) À l'aide du tableau de valeurs, donner :
  - a) l'image de 2,5 par la fonction  $A$ .
  - b) un antécédent de 6 par la fonction  $A$ .
- 6) Représenter les données du tableau de valeurs dans un repère tel qu'on trouve en abscisse la longueur du côté du rectangle  $x$  et en ordonnée son aire correspondante  $A(x)$ .  
Puis, tracer à main levée la courbe représentative de la fonction  $A$ .  
Vérifier à l'aide d'un logiciel ou d'une calculatrice.
- 7) Répondre graphiquement aux questions suivantes :
  - a) Donner un ordre de grandeur de l'aire du rectangle si un de ces côtés mesure 0,5 cm ?
  - b) Qu'en est-il si un de ses côtés mesure 5 cm ?
  - c) Donner les dimensions d'un rectangle dont l'aire est environ égale à  $1 \text{ cm}^2$ .
  - d) Quelle semble être la nature du rectangle dont l'aire est maximum ?

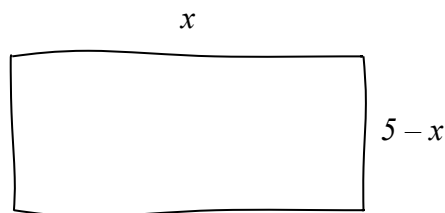
# CORRECTION

1) Dans ce cas, le rectangle a pour dimension 3 cm et 2 cm.  
En effet, le périmètre est égal à :  $3 + 3 + 2 + 2 = 10$  cm.



Aire du rectangle =  $3 \times 2 = 6$  cm<sup>2</sup>.

2)



Les dimensions du rectangle sont donc :  $x$  et  $5 - x$ .  
En effet, le périmètre est égal à :  $2x + 2(5 - x) = 10$  cm.

Ainsi l'aire du rectangle s'exprime par la formule :  $x(5 - x)$

3)

|      |   |      |   |      |   |      |   |      |
|------|---|------|---|------|---|------|---|------|
| $x$  | 1 | 1,5  | 2 | 2,5  | 3 | 3,5  | 4 | 4,5  |
| Aire | 4 | 5,25 | 6 | 6,25 | 6 | 5,25 | 4 | 2,25 |

On trouve dans le tableau :  $2,5 \mapsto 6,25$

L'aire maximum semble être égal à  $6,25$  cm<sup>2</sup> lorsque  $x = 2,5$  cm.

4)  $A(x) = x(5 - x) = 5x - x^2$ .

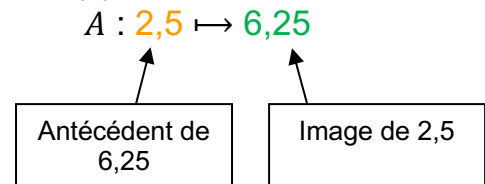
5) Pour chaque nombre  $x$ , on a fait correspondre un nombre  $A(x)$  égal à l'aire du rectangle.

a) On lit dans le tableau :

L'image de  $2,5$  par la fonction  $A$  est  $6,25$ .

b)  $A : 2 \mapsto 6$

Un antécédent de  $6$  par la fonction  $A$  est  $2$ .



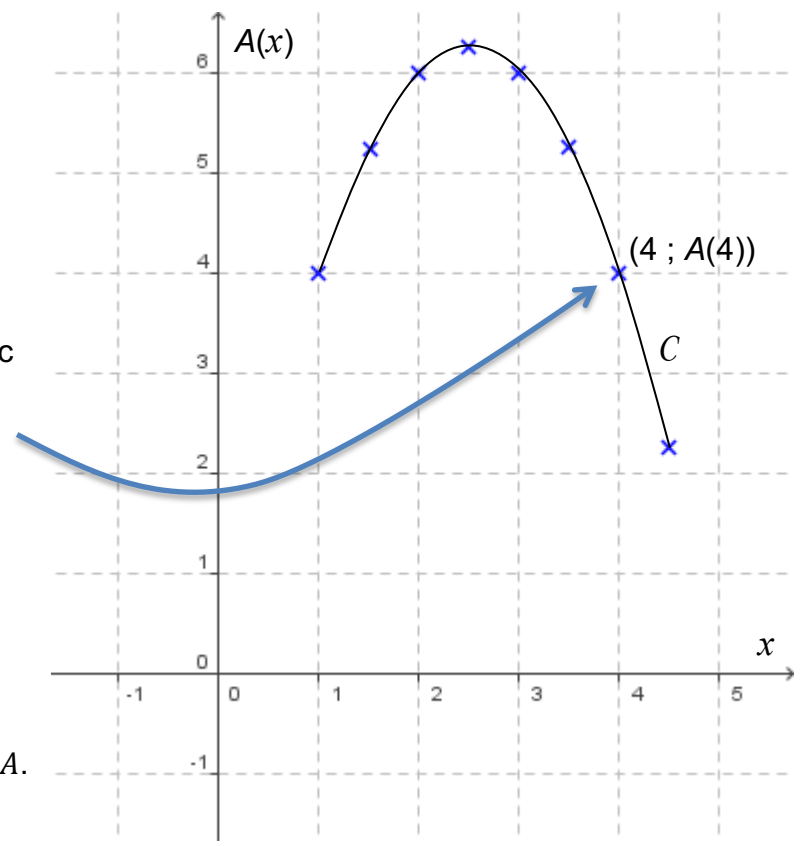
Mais, on lit également dans le tableau :  $A : 3 \mapsto 6$

Il existe un autre antécédent de  $6$  par la fonction  $A$  qui est  $3$ .

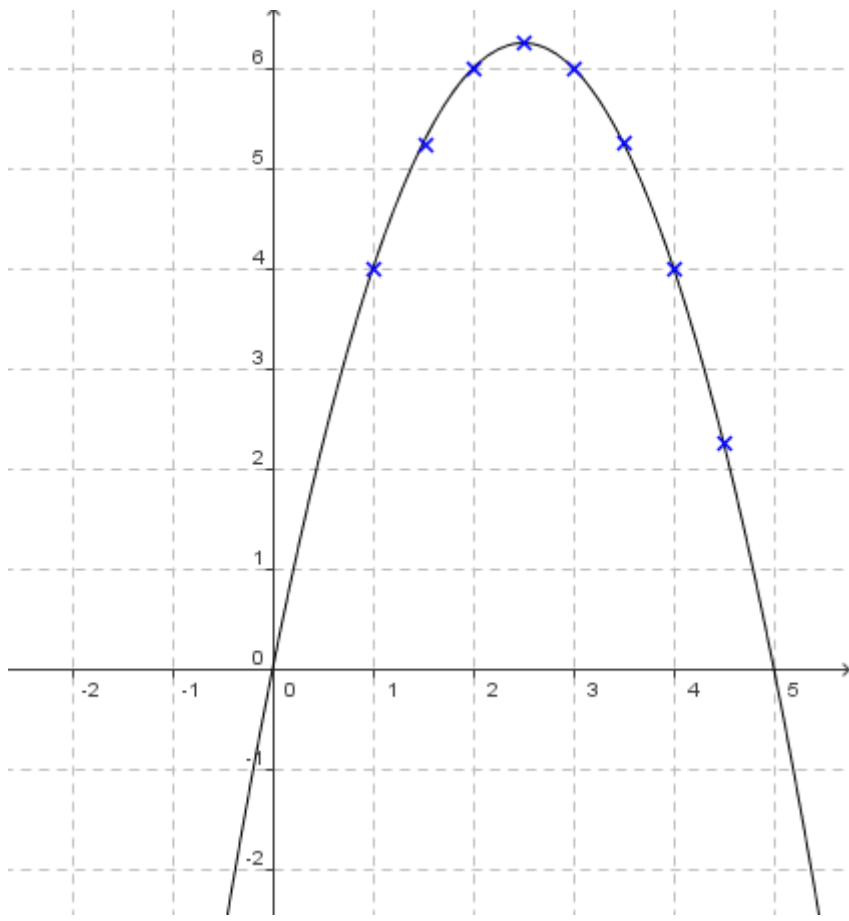
Un nombre possède une unique image par une fonction.  
Cependant, un nombre peut posséder plusieurs antécédents.

5)

En reliant les points, on obtient une courbe C.  
Tout point de la courbe C possède donc des coordonnées de la forme  $(x ; A(x))$ .



Ouvrir le logiciel *GeoGebra* et saisir directement l'expression de la fonction A.  
Dans la barre de saisie, on écrira :  
 $a(x)=5x-x^2$



La courbe représentative de la fonction A dépasse les limites du problème.  
En effet, l'expression de la fonction A accepte par exemple des valeurs négatives de x, ce que les données du problème rejettent puisque x représente une longueur !

6) a)  $A(0,5) \approx 2,2 \text{ cm}^2$ .

b)  $A(5) = 0$ . Dans ce cas, le rectangle est aplati ; son aire est nulle.

c) Il s'agit de trouver les antécédents de 1 par la fonction  $A$ .

Par lecture graphique :  $A(0,2) \approx 1$  et  $A(4,8) \approx 1$

Le rectangle de dimensions 0,2 cm sur 4,8 cm possède une aire environ égale à  $1 \text{ cm}^2$ .

d)  $A(x)$  semble maximum pour  $x = 2,5 \text{ cm}$ .

Ainsi le rectangle dont l'aire semble maximum est un carré de côté 2,5 cm.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)