

L'ALGORITHME DE KAPREKAR

Commentaire : Cette activité permet d'aborder une démarche algorithmique et d'appliquer des notions d'arithmétique dans les démonstrations demandées. Ici, l'algorithme de Kaprekar est étudié dans le cas particulier où les chiffres du nombre choisi sont tous différents.



Dattatreya Ramachandra Kaprekar (1905 – 1986) est un mathématicien indien célèbre pour ses travaux sur les nombres.

L'algorithme de Kaprekar est le suivant :

Choisir un nombre dont les chiffres sont **tous différents**.

1. A l'aide des chiffres composant ce nombre, écrire le nombre le plus grand possible.
2. A l'aide des chiffres composant ce nombre, écrire le nombre le plus petit possible.
3. Soustraire le nombre obtenu à l'étape 2 au nombre obtenu à l'étape 1.
Reprendre au début avec le résultat de la soustraction.

Partie 1 : Nombres à deux chiffres

1) Conjecture :

- a) Vérifier qu'en choisissant 73 au départ, on finit par obtenir 9.
- b) Tester d'autres nombres à deux chiffres différents et émettre une conjecture.

2) Démonstration :

- a) Vérifier que tous les nombres à deux chiffres différents multiples de 9 conduisent à 9 dans l'algorithme de Kaprekar.
- b) On choisit un nombre entier quelconque à deux chiffres différents que l'on note ab , a étant le chiffre des dizaines et b celui des unités. On peut noter : $ab = 10a + b$.
Prouver qu'on obtient un multiple de 9 après un tour dans l'algorithme.
- c) Conclure.

Partie 2 : Nombres à trois chiffres

- 1) Vérifier qu'en choisissant 419, on finit par obtenir 495.
- 2) Tester l'algorithme de Kaprekar avec d'autres nombres à trois chiffres tous différents. Obtient-on à chaque fois 495 à la fin ?

On dit que 495 est un point fixe dans l'algorithme de Kaprekar.

- 3) a) Dans le cas d'un nombre à trois chiffres tous différents, prouver qu'après un tour dans l'algorithme, on obtient un multiple de 99.
b) Conclure.

Partie 3 : Nombres à quatre chiffres

Tester l'algorithme de Kaprekar avec plusieurs nombres à quatre chiffres tous différents. Le résultat mène à la constante de Kaprekar. Quel est ce nombre ?



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales

Yvan Monka – Académie de Strasbourg – www.maths-et-tiques.fr